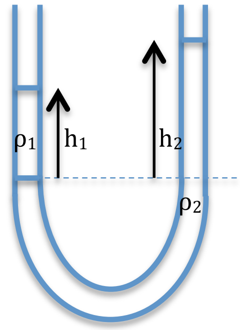
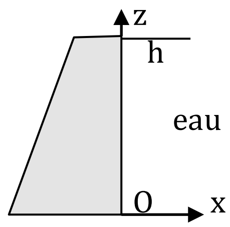
STATIQUE DES FLUIDES – EXERCICES

1. Exercices simples :



a) La masse de la Tour Eiffel est de 7000 tonnes. Elle repose sur quatre piliers dont la surface de contact avec le sol est de 450 m^2 pour chacun d'eux. Quelle est la pression supportée par le sol ?
b) La pression atmosphérique normale P_0 = 1 atm = 101325 Pa vaut 760 mmHg. En déduire la masse volumique du mercure.
c) Un sous-marin se trouve à 100 m au dessous du niveau de la mer. Quelle pression minimale est-elle nécessaire pour éjecter l'eau des ballasts ?
d) On considère le système statique ci-contre ; déterminer la relation entre ρ_1, ρ_2, h_1 et h_2.

2. Barrage :



Un barrage poids de largeur L selon y retient une hauteur h d'eau (masse volumique ρ) sur sa face verticale .
La pression à la surface libre est P_0.
1) Calculer l'expression de P(z).
2) Calculer la résultante des forces de pression exercée par l'eau sur le barrage.

3. Poussée d'Archimède :

Archimède trouva que la masse de la couronne du roi Hiéron était, dans l'air de 482,5 g et de 453,4 g dans l'eau (c'est alors une masse apparente). La couronne était-elle en or pur ?
Masse volumique de l'or : 19,3 10^3 kg.m^{-3}.

4. Modele d'atmosphère isotherme (CCP PC 13) :

L'air est assimilé à un fluide compressible, obéissant à l'équation des gaz parfaits, dont la température est uniforme et constante, indépendante de la hauteur z.
1) Donner la relation existant entre la masse molaire A, la masse volumique μ, la pression P, la température T et la constante des gaz parfaits.
2) Montrer que, dans ce cas, la solution de l'équation obtenue à la question I.1.1 est de la forme :

$$P(z) = P0 \exp(-z/H)$$

où H est une longueur que l'on exprimera en fonction de A, R, T et g, puis que l'on calculera numériquement pour T = 280 K.
3) Quelle valeur de la pression ce modèle prédit-il au sommet du Puy de Dôme, d'altitude zP = 1 465 m, lorsque T = 280 K et P0 = 1 013 hPa ?
4) A l'époque de Blaise Pascal, l'instrument de mesure de la pression atmosphérique le plus commode était le tube de Torricelli. Rappeler le principe de fonctionnement d'un tube de Torricelli, en s'aidant d'un schéma. Déterminer la hauteur de la colonne dans le tube si le dispositif est installé au sommet du Puy de Dôme.
5) Déduire, du profil de pression P(z), l'expression de la masse volumique μ(z) en fonction de la hauteur. En supposant que l'on puisse négliger la courbure de la Terre, calculer la masse totale de gaz occupant une colonne semi-infinie, de section horizontale a = 1 m2, s'étendant de la hauteur z = 0 jusqu'à l'infini.
6) Montrer que cette masse s'exprime simplement en fonction de P0, de a et de g supposé constant et uniforme. Ce résultat est-il surprenant ?
7) Déduire de la question précédente une estimation numérique de la masse totale de l'atmosphère de la Terre.
Données :
Accélération de la pesanteur g = 9, 80 m.s−2 ; masse molaire de l'air A = 29, 0 g.mol^{-1} .

5. Glaçon dans un verre (ENAC 2010) :

Un récipient cylindrique en verre de rayon R = 2,0 cm contient un glaçon de volume V_0 = 15 cm^3 et de l'eau liquide (figure 1) . La hauteur initiale de l'eau dans le verre est h_0 = 10 cm.
La masse volumique de l'eau est ρ_{liq} = 1000 kg.m^{-3} et celle de la glace est ρ_g = 920 kg.m^{-3}.
1) Déterminer le volume immergé du glaçon V_{im}.
2) Le glaçon fond totalement. Déterminer la variation de hauteur de l'eau.
3) L'eau liquide est remplacée par de l'eau salée. Quand le glaçon fond, comment varie le niveau de l'eau (réponse qualitative) ?

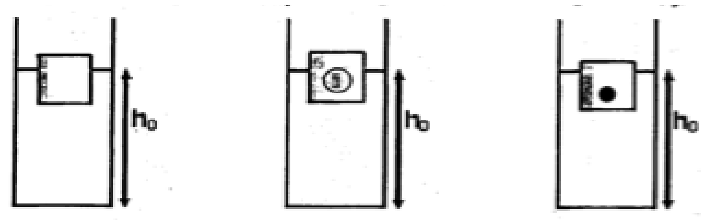


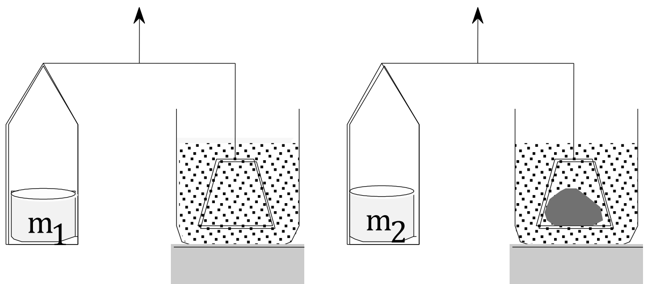
figure n°1 figure n°2 figure n°3

4) On remet de l'eau liquide non salée dans le récipient et le glaçon initial est remplacé par un glaçon contenant une petite bille de liège de masse volumique $\rho_{liège}$ = 500 kg.m^{-3} et de volume $V_{liège}$ = 5 cm^3 (figure 2). Le volume total glaçon + bille reste égal à V_0 = 15 cm^3.
Déterminer le volume émergé.
5) Le glaçon initial est remplacé par un glaçon contenant une petite bille d'aluminium de masse volumique ρ_{alu} = 2700 kg.m^{-3} et de volume V_{Al} (figure 3). Le volume total (glaçon + bille) reste égal à V_0 = 15 cm^3.
Déterminer le volume maximum $V_{Al,max}$ de la bille pour lequel le glaçon flotte.
Réponses : 1) Vim = 13, 8 cm^3 ; 2) Δh = 0 ; 3) Δh > 0 ; 4) Vém = 3,3 cm^3 ; 5) $V_{Al,max}$ = 0,67 cm^3 .

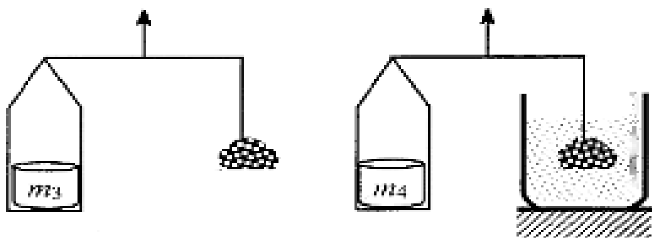
6. Mesure de la porosité (Mines-Ponts 2005) :

Un échantillon de roche-réservoir de pétrole, de volume total V_T, est constitué d'un volume solide V_S et d'un volume de pores V_P. On appelle porosité, et l'on note ϕ, le rapport V_P/V_T. Pour mesurer la porosité d'un échantillon, on peut procéder par mesures de poussées d'Archimède sur des corps immergés dans divers liquides.

a) Mesure du volume total V_T :
L'appareil représenté ci-contre mesure la poussée d'Archimède exercée par le mercure, de masse volumique ρ_{Hg}, sur l'échantillon immergé. Les deux bras de la balance ont la même longueur. Cet échantillon est disposé sur une nacelle, qui subit elle-même la poussée d'Archimède. La mesure procède en deux temps. Dans un premier temps, on équilibre la balance avec la nacelle seule ; dans un second temps, on équilibre la balance avec la nacelle chargée par l'échantillon. On suppose que le mercure ne pénètre pas dans les pores et l'on ne tient pas compte de la variation du niveau du mercure entre les deux manipulations.



Expliciter la notion de poussée d'Archimède. Exprimer V_T en fonction de m_1, m_2, de la masse de l'échantillon m, et de ρ_{Hg}.
b) Mesure de $V_P = V_T - V_S$
La balance est équilibrée, d'abord avec l'échantillon suspendu dans l'air, ensuite avec l'échantillon immergé dans un liquide solvant de masse volumique μ_{sol}, qui envahit tous ses pores. Exprimer V_S en fonction de m_3, m_4 et de μ_{sol} . En déduire la porosité de l'échantillon.



7. Accéléromètre :

Un accéléromètre est constitué d'un tube en U se déplaçant avec l'accélération a par rapport à l'observateur.
Montrer qu'il est possible de connaître a à partir de la différence des niveaux dans les deux branches, séparées d'une distance d.

8. Plongeur (ICNA 2011) :

Un plongeur souhaite explorer une épave sous-marine en effectuant une plongée en apnée. Le corps du plongeur, de masse M = 80 kg, peut-être considéré, à l'exception de ses poumons, comme incompressible.

Les poumons ont un volume variable: lors d'une inspiration complète le volume est V_M= 6,0L et lors d'une expiration complète ce volume devient V_m= 1,5 L. Le reste du corps a un volume V_o= 77,0L.

Lors de la descente la cage thoracique se comprime et l'air des poumons est donc à la même pression que l'eau à la profondeur du plongeur. L'eau a une masse volumique μ = 1000 kg.m^{-3}, la pression atmosphérique à la surface est P_0= 1,0 bar, on donne la valeur de l'intensité du champ pesanteur g = 10 m.s^{-2} et on considère que l'air est un gaz parfait. On donne la constante des gaz parfaits: R = 8,3 J.K^{-1}.mol^{-1}. Durant toute cette étude on supposera que la température T de l'air reste constante. On choisit un axe vertical Oz descendant et d'origine prise à la surface.

1. Montrer que le plongeur flotte s'il inspire totalement mais coule s'il expire totalement
2. Le plongeur inspire totalement avant d'entamer sa descente. Exprimer le volume V de ses poumons en fonction de la profondeur z à laquelle il descend.
3. A quelle profondeur z_1 la résultante des forces s'appliquant au plongeur est-elle nulle ?
4. A quelle profondeur z_2 ses poumons ont-ils atteint leur volume minimal ?
5. Le plongeur s'équipe d'une bouteille d'air comprimé qui lui fournit, grâce à un détendeur, de l'air à la même pression que l'eau à la profondeur où il se trouve. Le volume de la bouteille est V_B = 12 L. La composition molaire de l'air est x_{O2} = 20 % et x_{N2} = 80 % où x_{O2} et x_{N2} sont respectivement les titres molaires en dioxygène et en diazote. Sachant qu'à partir d'une pression partielle en diazote égale à P_{lim} = 4,0 bar le plongeur ressent l'ivresse des profondeurs, déterminer la profondeur z_3 à laquelle se manifeste ce phénomène.
6. Le plongeur effectue 15 respirations par minute chacune ayant une amplitude de 1,0L.

Initialement la pression dans la bouteille est de 150 bars et le plongeur doit entamer sa remontée lorsque la pression atteint la valeur de 50 bars. Combien de temps Dt peut-il rester à la profondeur calculée à la question précédente en négligeant la durée de descente ?

Réponses : 2) $V = V_M \frac{P_0}{P_0+\mu g z}$ 3) z_1 = 10 m 4) z_2 = 30 m 5) z_3 = 40 m 6) Dt =16 min.

9. Hémisphères de Magdebourg (*):

Deux hémisphères métalliques de rayon R sont juxtaposés par l'intermédiaire d'un bourrelet de cuir. On effectue le vide entre ces deux hémisphères ; l'un est alors relié à un support fixe.

Quelle force minimale F_0 doit-on exercer sur l'autre partie pour séparer les hémisphères ?

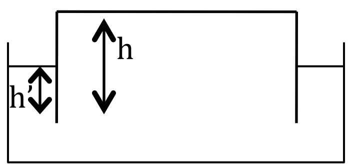
On désignera par P_0 la pression atmosphérique. AN : $P_0 = 10^5$ Pa ; R = 20 cm.

10. Equilibre d'un verre (*):

Soit un verre cylindrique de masse m, d'épaisseur négligeable, de hauteur h, de section (intérieure et extérieure) S , maintenu par un opérateur en équilibre plongé sur une hauteur h', dans un liquide de masse volumique ρ remplissant l'intérieur. La pression à la surface libre est P°.

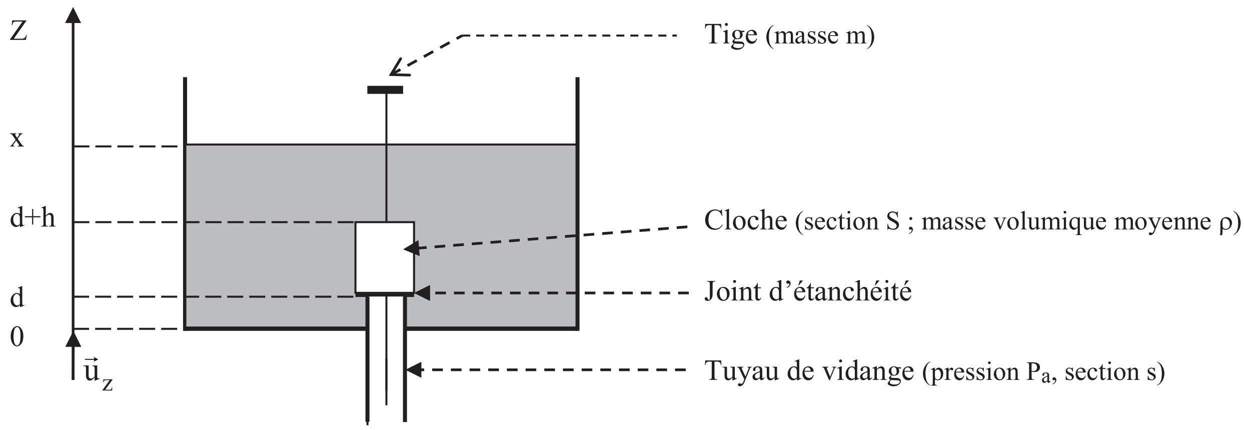
Calculer la force que doit exercer l'opérateur pour maintenir l 'équilibre.

Réponse : F = [m + ρ(h- h')S]g.



11. Cloche d'obturation :

Une cloche obture un tuyau de vidange par l'intermédiaire d'un joint d'étanchéité (**figure 3**).
Une tige, de masse totale m, permet d'actionner la vidange.



Les données sont : S, s, m, h, d, ρ_e, ρ, P_a et g (l'intensité de la pesanteur).

2.1 Statique des fluides

a. Tous les fluides étant immobiles, déterminer la pression en un point M de l'eau du réservoir à la cote z ($z < x$) en fonction de z, x, P_a, g et ρ_e.

b. Énoncer complètement le théorème d'Archimède et expliquer, en 5 lignes maximum, pourquoi on ne peut pas l'utiliser ici pour déterminer la résultante des forces de pression sur la cloche.

c. Expliquer, sans calcul, pourquoi la résultante des forces de pression sur les parois latérales de la cloche est nulle.

d. La résultante des forces de pression ($\overrightarrow{F_p}$) sur l'ensemble {cloche + tige} se ramène au calcul de la somme des forces pressantes sur les bases inférieures et supérieures de la cloche, c'est-à-dire en négligeant les forces pressantes sur la tige : $\overrightarrow{F_p} = F_z\vec{u}_z$ (F_z sera explicitée lors des questions suivantes). Trouver la relation donnant R_n en fonction de F_z et des données.

a. Évaluer la résultante des forces pressantes en $z = d$ puis en $z = d + h$.

b. En déduire F_z puis R_n sous la forme $R_n = A_1 + B_1(x - d)$.

2.3 Évaluation de R_n si $x > d + h$

Donner l'expression de R_n dans ce cas, avec R_n sous la forme $R_n = A_2 + B_2(x-d)$.

2.4 Synthèse : étude de R_n en fonction de x

a. À partir des expressions obtenues en **2.2** et **2.3**, représenter graphiquement R_n en fonction de x pour $x > d$.

b. Rechercher le minimum de R_n (R_{min}) et la valeur de x correspondante.

2.5 Condition d'étanchéité

Pour l'étanchéité du joint, on veut que la valeur de R_n soit ***toujours*** supérieure au produit mg.

Donner une inégalité sur le rapport $\frac{s}{S}$ pour qu'il en soit ainsi.