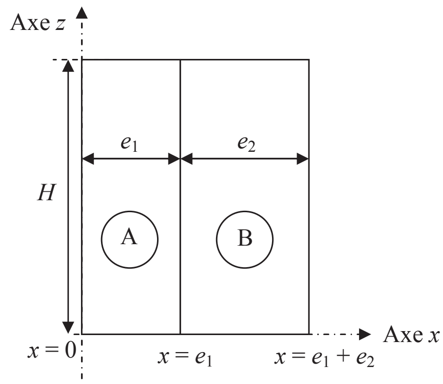
DIFFUSION THERMIQUE – EXERCICES

1. Conduction dans un mur isolé (CCP PC 2015) :

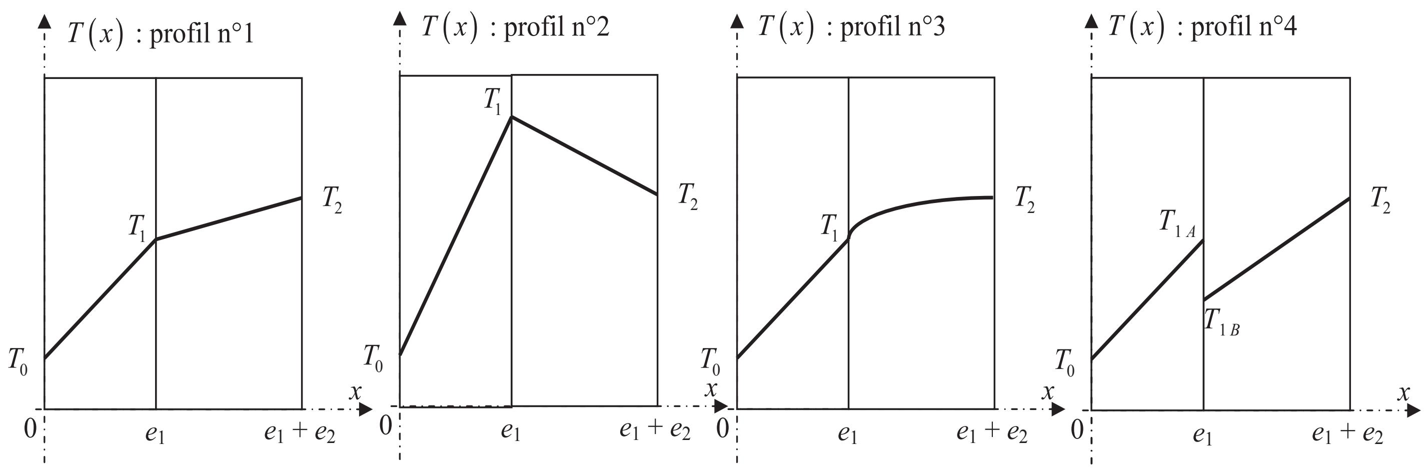
On considère un solide formé de deux parties parallélipédiques distinctes A et B, de même hauteur H, de même largeur l, d'épaisseurs $e_1$et e_2, de conductivités thermiques λ_A et λ_B. Il n'y a aucun dégagement de puissance dans ces deux solides qui, par ailleurs, sont reliés sans résistance thermique. Les températures $T_0 = T(x = 0)$et $T_2 = T(x = e_1 + e_2)$ sont fixées.



On suppose qu'il n'y a pas d'échange d'énergie autre que par conduction et selon la direction x.

Déterminer, en le justifiant, si chacun des quatre profils de température T(x) proposés ci-dessous est, en régime permanent, possible ou non.

Pour le ou les profils possibles, vous préciserez le sens du vecteur densité de flux thermique ainsi que la ou les valeurs de la température en x = e_1 en fonction de λ_A , λ_B, e_1 , e_2 , T_0 et T_2 .



2. Evacuation de la chaleur dans un barreau d'uranium

Un barreau cylindrique de grande longueur a un diamètre D_2 = 29 mm .

Les réactions nucléaires qui s'y produisent dégagent une puissance volumique p.

La conductivité thermique de l'uranium est λ = 27 W.K^{-1}.m^{-1}

1. Justifier que le champ de température ne dépend que de r, distance à l'axe du tube.
2. Déterminer en régime stationnaire la répartition de température dans le barreau. A la périphérie la température vaut T_e = 200°C. Que vaut T_{max} ?
3. L'uranium fond à T_f = 1232 °C. Déterminer la puissance volumique maximale que l'on peut extraire du barreau si l'on ne veut pas dépasser cette température.

Donnée : en cylindriques $\Delta T = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)$.

3. Barre non isolée latéralement :

Une barre cylindrique, d'axe Ox, de rayon R, section S et de longueur L, est constituée d'un matériau de conductivité thermique λ.

Les températures des deux extrémités sont T_1 et T_2 ; elle est plongée dans un fluide à température T_f.

On admet que la température est uniforme dans une section, soit T(x,t).

La barre évacue de l'énergie par sa surface latérale à raison d'une quantité h (T - T_f) par unité de temps et de surface.

Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la fonction T(x) ; en déduire la répartition de température de la barre en régime stationnaire.

4. Isolation thermique :

Le mur extérieur d'une maison est constitué de briques. Il est sans ouverture et mesure 6 mètres de hauteur, 10 mètres de longueur et 20 centimètres d'épaisseur.
La conductivité thermique de la brique est $\lambda = 0,67\ W.m^{-1}.K^{-1}$.
a) Calculer la résistance thermique du mur et le flux thermique lorsque la température extérieure est de 0 °C, celle de la maison étant maintenue à 20°C.
b) Pour diminuer les déperditions thermiques on isole le mur par 45 millimètres de polystyrène de conductivité thermique $\lambda' = 0,029$ W.m-1. K-1. Calculer le nouveau flux thermique.
c) Quel serait ce flux thermique, si le mur était constitué de deux parois en brique, de 8 centimètres d'épaisseur chacune, séparées par une couche d'air de 4 centimètres ? Conclusion.
La conductivité thermique de l'air est $\lambda_{air} = 0,025\ W.\ m^{-1}.\ K^{-1}$.

5. Formation de la queue de la comète 67P (E3A MP 2015) :

« Pour l'instant, 67P est encore trois fois plus loin du Soleil que la Terre. Ses glaces commencent tout juste à se vaporiser. Peut-être un kilo par seconde, soit 300 fois moins que le pic attendu en août prochain, lorsque la comète sera au plus près du Soleil. "Cette activité reste assez fluctuante", note Philippe Lamy. »
Le Figaro, 9 septembre 2014
La comète est modélisée par une boule de centre O et de rayon r_{com}, constituée d'un cœur de glace, entouré d'une croûte rocheuse d'épaisseur constante.
En orbite autour du Soleil, la comète reçoit de celui-ci un flux thermique variable : au périhélie (atteint le 13 août 2015), la surface de la comète est traversée par une densité moyenne de flux thermique $j_{com} = 30\ W \cdot m^{-2}$.
En régime permanent, l'énergie transportée par ce flux thermique traverse la croûte de la comète, dont le profil de température ne varie pas. Elle est alors dissipée à l'interface croûte/cœur par sublimation de la glace, à la température T_1.
Données :

- rayon de la comète : $r_{com} = 1800$ m
- température de la glace au cœur de la comète : $T_1 = -73$ °C
- enthalpie massique de sublimation de la glace à T_1 : $L_{sub} = 2{,}8.10^6\ J \cdot kg^{-1}$

1. Exprimer le vecteur densité de flux thermique $\vec{j}_{com}$ dans une base sphérique, en fonction de sa norme j_{com}.
2. Déterminer, littéralement puis numériquement, le flux thermique moyen ϕ_{com} à travers la surface (orientée vers l'extérieur) de la comète. Commenter le signe.
3. Exprimer littéralement la masse m_{gl} de glace sublimée pendant la durée Δt. Effectuer l'application numérique pour $\Delta t = 1$ s.

6. Pourquoi les mammifères marins sont-ils si gros ?

Un animal peut être modélisé par une sphère de centre O et de rayon R dont le métabolisme dégage une puissance volumique p_v.
On suppose que la température à grande distance de l'animal est égale à la température ambiante T_0 = 20°C.
On s'intéresse au transfert thermique en régime permanent de l'animal vers le milieu extérieur.

1. Exprimer la puissance thermique P dégagée par l'animal.
2. Exprimer la puissance thermique en fonction du vecteur densité de courant thermique. Que peut-on dire de cette puissance thermique pour r ≥ R ?
3. En déduire que la loi de température pour r ≥ R est :$T(r) = T_0 + \frac{p_v R^3}{3\lambda r}$
4. Quelle est la température cutanée de l'animal ?
5. On choisit R = 25 cm qui correspond à un rapport surface/volume proche de celui de l'humain. Calculer la puissance volumique nécessaire au maintien d'une température cutanée de 32°C dans l'air ($\lambda = 5\ W.m^{-1}.K^{-1}$) puis dans l'eau ($\lambda_{eau} = 5.10^2\ W.m^{-1}.K^{-1}$). Pourquoi n'existe-t-il pas de petits mammifères marins ?