Reseaux - corriges

Corrigé distance entre deux raies :

a) le phénomène s'observe dans le plan focal image de la lentille.
b) On a $\sin i_1 = \lambda_1 / a = n\lambda_1 = 500.10^3 .600.10^{-9} = 0{,}300$.
De même $i_2 = 0{,}305$.
On a donc $\Delta x = f'(\tan i_2 - \tan i_1) = 1{,}15$ cm.

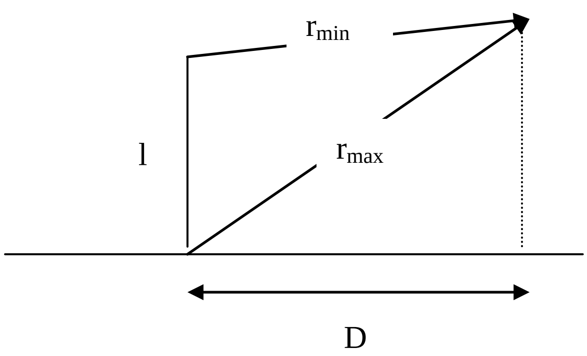
Corrigé : réseau au minimum de déviation :

a) au minimum de déviation $2a\sin(D_m/2) = k\lambda$, avec $a = 1/m$ et ici $k = 2$.
On en déduit $m = \sin(D_m/2)/\lambda = 400079$ traits.m^{-1}.
Remarque : avec une précision d'une seconde ($= 5.10^{-6}$ rad) sur D_m, on a :
$\Delta m / m = \mathrm{cotan}(D_m/2).\ \Delta D_m/2 = 2.10^{-5}$ d'où $\Delta m = 9$ traits.m^{-1}.

b) Pour la radiation jaune, on calcule $D_{mjaune} = 2\mathrm{Arcsin}(3/2.\lambda_m\, m)$ avec $\lambda_m = 589{,}3$ nm
D'où $D_{mjaune} = 41{,}42°$.

c) Au vu de l'écart entre les deux longueurs d'onde, on peut faire un calcul différentiel :
On a $\sin(i') - \sin i = 3m\lambda$ avec $i = D_{mjaune}/2$ = constante, d'où $\cos(i').di' = 3md\lambda$
Et finalement $\Delta i' = 3m\Delta\lambda / \cos(D_m/2) = 7{,}4.10^{-4}$ rad = 2'32''.

Corrigé :Caractéristiques optiques des disques audionumériques (CCP PSI 00)



a) Les maximas principaux s'observent pour :
$\delta = \quad \delta = a[\ \sin\theta - \sin i\ ] = k\lambda$
On en déduit : $\theta_{min} = 25{,}0°$; $\theta_{max} = 42{,}3°$.
b) On a :$D = r_{min}.\cos\theta_{min}$ et $D = r_{max}.\cos\theta_{max}$
$L = r_{max}.\sin\theta_{max} - r_{min}.\sin\theta_{min} = D\ (\tan\theta_{max} - \tan\theta_{min})$.
d'où D = 74 mm.

Corrigé : résolution et largeur de fente :

a) Pour le maximum d'ordre k, on a : $a(\sin i' - \sin i) = k\lambda$.
On veut ici calculer la largeur de la raie due à la largeur de la fente, cad à la variation de i.
On différencie donc par rapport à i, avec a, λ et k constants, on a :

$$\cos(i').di' = \cos(i).di \text{ avec } i' = -i \text{ au minimum de déviation.}$$

On en déduit $\Delta\alpha = \Delta i' = \Delta i = e/f$ en assimilant la tangente à l'angle.
b) On différencie cette fois par rapport à λ, avec k, a et i constants :

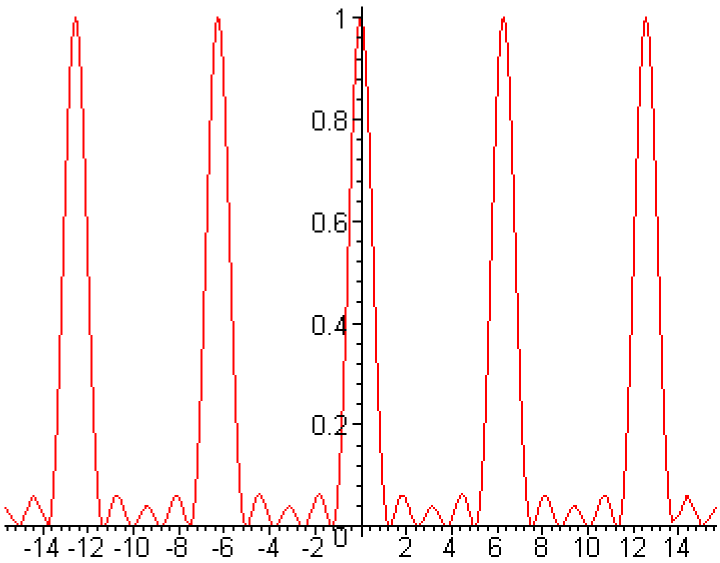
$\cos(i').di' = k.d\lambda/a$, d'où : $\Delta i'_\lambda = \dfrac{k.\Delta\lambda}{a.\cos(i')} = \dfrac{2.\Delta\lambda}{a.\cos(D_m/2)}$

Pour résoudre le doublet, on doit avoir : $\Delta i'_\lambda \geq \Delta\alpha$, soit :

$$e \leq \frac{2f'\Delta\lambda}{a.\cos(D_m/2)}.$$

Application numérique : $e \leq 0{,}15$ mm.

Corrigé critère de Rayleigh :



Ci-contre le graphe de I/I_0 pour $-5\pi<\varphi<5\pi$.
Les maximas principaux correspondent à

$$\varphi = 2k\pi \text{ avec k entier.}$$

Entre deux maximas principaux on a des minimas nuls correspondant à :

$$N\varphi = 2k\pi \text{ avec k entier}$$

On a donc N-1 minimas entre deux maximas principaux, et par conséquent N-2 maximas secondaires correspondant à :

$$\text{Sin}(N\varphi/2) = 1.$$

a) Le premier minimum nul après le minimum d'ordre k est donc pour $\varphi = 2k\pi + 2\pi/N$.

La demi-largeur (angulaire) d'un maximum principal est donc $\Delta\varphi = 2\pi/N$.

Or on a $\frac{d\varphi}{di'} = \frac{2\pi}{\lambda} a.\cos(i')$; on en déduit la demi-largeur angulaire du maximum d'ordre k :

$$\Delta i'_k = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}.\frac{\lambda}{a.\cos(i')} = \frac{\lambda}{Na\cos(i')}$$

Pour le maximum d'ordre k, on a $\varphi = 2\pi a$ (sini' - sini) $/\lambda = 2k\pi$.

En dérivant par rapport à λ, i et k étant constants, on a $\cos(i').\frac{di'}{d\lambda} = \frac{k}{a}$; on en déduit

$$\Delta i'_\lambda = \frac{k.\Delta\lambda}{a.\cos(i')}$$

Pour résoudre le doublet, on doit avoir : $\Delta i'_\lambda \geq \Delta i'_k$, soit :

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} \leq k.N = R\,.$$

a) Application : $k \geq 589{,}3 \ / \ (0{,}6.750) = 1{,}3$; on doit se placer à l'ordre 2.

Corrigé réseau blazé :

a) Le maximum de diffraction s'observe dans la direction de l'image géométrique, soit :

$$(i - \alpha) = -(i_0' - \alpha) \text{ avec } \alpha>0 \text{ et } i_0' < 0, \text{ d'où } i'_0 = 2\alpha - i.$$

b) La difference de marche entre les rayons (1) et (2) vaut $\delta = a$ (sini' + sini) ; on observe un maximum de l'éclairement si $\delta = k\lambda$ avec $k \in Z$.

c) On doit avoir : $\sin(2\alpha - i) + \sin i = k\lambda/a$;

d) $\alpha = ½.\text{Arcsin}(4\,\lambda/a) = 11{,}8°$.