

Ecoulements visqueux classiques :

Ecoulement de Couette plan :

L'espace est rapporté à un trièdre Oxyz, Oy étant dirigé suivant la verticale ascendante.

On néglige les effets de la pesanteur.

Un fluide newtonien incompressible de viscosité dynamique η est enfermé entre deux plaques planes infinies, parallèles, perpendiculaires à Oy et de cotes respectives $y = 0$ et $y = L$.

La plaque de cote $y = 0$ est immobile, l'autre étant animée d'une vitesse $\vec{V} = V \cdot \vec{u}_x$.

- Exprimer l'accélération d'une particule fluide en fonction du champ eulérien des vitesses.
- L'écoulement entre les plaques est supposé établi, stationnaire et unidirectionnel. On admet que v ne dépend pas de z . Montrer que v ne dépend pas de x . Que peut-on dire de l'accélération ?
- Appliquer le principe fondamental de la dynamique à un élément de fluide et en déduire l'expression de $v(y)$, le gradient de pression étant supposé nul.
- Quelle est la force par unité de surface subie par chacune des plaques ?
- On s'intéresse au régime transitoire : la plaque mobile est initialement immobile et est mise en mouvement à $t=0$. Quel est le temps caractéristique d'établissement du régime permanent ?

Ecoulement de Poiseuille cylindrique:

On considère une canalisation horizontale de rayon R , longueur L , dans laquelle coule un fluide visqueux, de viscosité η .

On néglige le poids volumique du fluide devant les forces de pression qu'il subit.

On recherche le champ de vitesse de l'écoulement stationnaire, qu'on suppose du type $\vec{v} = v(r) \cdot \vec{u}_z$

où $\vec{u}_z$ est l'axe de la canalisation, r la distance à cet axe.

On appelle $\Delta P = P(0) - P(L)$ la différence de pression entre les extrémités du tube

- Ecrire et projeter l'équation de Navier-Stokes. En déduire que le gradient de pression est uniforme dans le tube.
- En déduire l'expression du champ de vitesse dans le tube.

Donnée : $\Delta(v(r) \cdot \vec{u}_z) = \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) \vec{u}_z$ en coordonnées cylindriques.

- Calculer le débit volumique D_v en fonction de R , η , L et ΔP et en déduire la loi de Poiseuille :

$$D_v = \frac{\pi R^4}{8\eta L} \Delta P.$$

- AN : calculer la perte de charge ΔP dans une artère où $R = 0,5 \text{ cm}$, $\eta_{\text{sang}} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Pl}$, $L = 1 \text{ m}$, $D_v = 80 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

- On remplace ce tube de rayon R , de section S par N tubes de section S/N . Pour la même différence de pression, que vaut le nouveau débit ?

- Comparer la loi de Poiseuille à la loi d'Ohm dans le cas d'un conducteur cylindrique. Mettre en évidence une « résistance à l'écoulement ».

Ecoulement de Poiseuille plan:

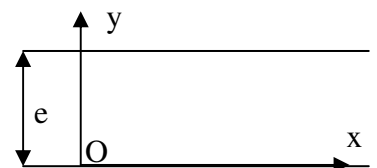
On considère une canalisation horizontale entre deux plans assimilés à des plans infinis séparés de e , dans laquelle coule un fluide visqueux, de viscosité η .

On néglige le poids volumique du fluide devant les forces de pression qu'il subit.

On recherche le champ de vitesse de l'écoulement stationnaire, qu'on suppose du type $\vec{v} = v(y) \cdot \vec{u}_x$

Un dispositif extérieur impose une différence de pression ΔP sur une longueur L de tuyau.

- Ecrire l'équation de Navier-Stokes et la projeter.



- b) En déduire que la pression ne dépend que de x , et que le gradient de pression dP/dx est constant. Quelle est sa valeur ?
- c) Montrer que le profil de vitesse est parabolique.
- d) En déduire le débit massique de fluide par unité de largeur .