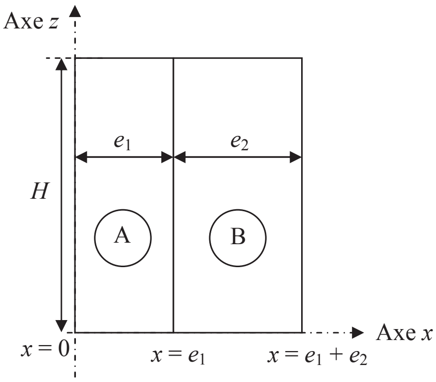
DIFFUSION THERMIQUE – EXERCICES

1. Conduction dans un mur isolé (CCP PC 2015) :

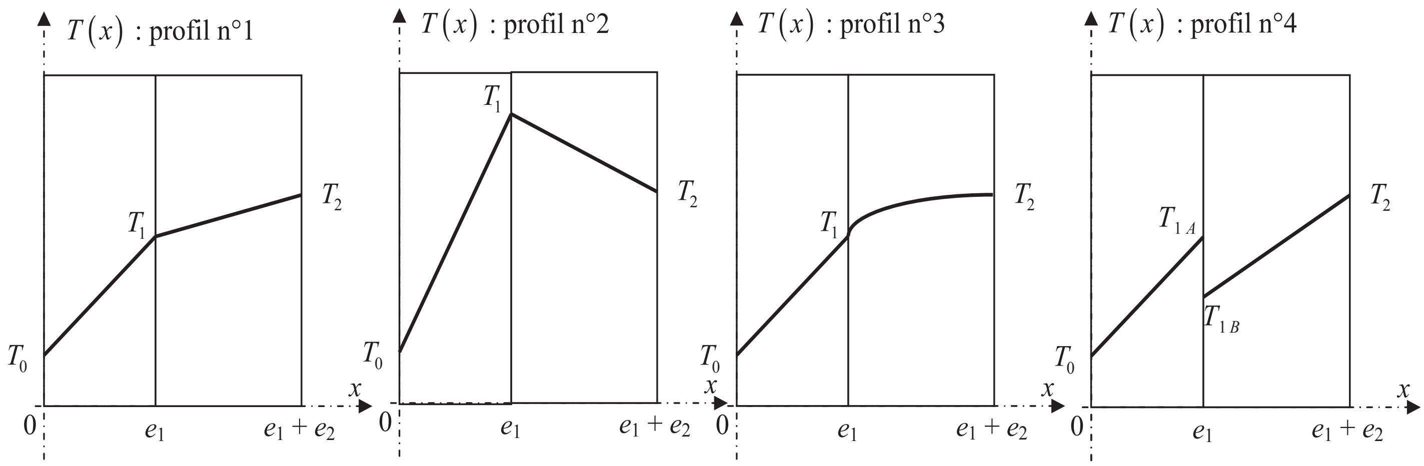
On considère un solide formé de deux parties parallélipédiques distinctes A et B, de même hauteur H, de même largeur l, d'épaisseurs $e_1$et e_2, de conductivités thermiques λ_A et λ_B. Il n'y a aucun dégagement de puissance dans ces deux solides qui, par ailleurs, sont reliés sans résistance thermique. Les températures $T_0 = T(x = 0)$et $T_2 = T(x = e_1 + e_2)$ sont fixées.



On suppose qu'il n'y a pas d'échange d'énergie autre que par conduction et selon la direction x.

Déterminer, en le justifiant, si chacun des quatre profils de température T(x) proposés ci-dessous est, en régime permanent, possible ou non.

Pour le ou les profils possibles, vous préciserez le sens du vecteur densité de flux thermique ainsi que la ou les valeurs de la température en x = e_1 en fonction de λ_A , λ_B, e_1 , e_2 , T_0 et T_2 .



2. Isolation thermique :

Le mur extérieur d'une maison est constitué de briques. Il est sans ouverture et mesure 6 mètres de hauteur, 10 mètres de longueur et 20 centimètres d'épaisseur.

La conductivité thermique de la brique est λ = 0, 67 W.m^{-1}.K^{-1} .

a) Calculer la résistance thermique du mur et le flux thermique lorsque la température extérieure est de 0 °C, celle de la maison étant maintenue à 20°C.

b) Pour diminuer les déperditions thermiques on isole le mur par 45 millimètres de polystyrène de conductivité thermique λ' = 0, 029 W.m-1. K-1. Calculer le nouveau flux thermique.

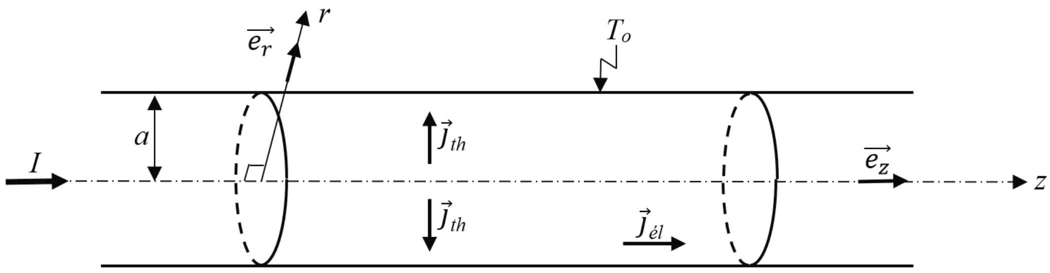
c) Quel serait ce flux thermique, si le mur était constitué de deux parois en brique, de 8 centimètres d'épaisseur chacune, séparées par une couche d'air de 4 centimètres ? Conclusion.

La conductivité thermique de l'air est λ_{air} = 0, 025 W. m^{-1}. K^{-1}.

3. Protection d'un fil électrique domestique (concours DEUG 2016) :

Un fil de cuivre cylindrique homogène, d'axe Oz, de longueur considérée comme infinie, de section d'aire S et de rayon a, de conductivités électrique γ et thermique λ uniformes et constante, est parcouru par un courant électrique d'intensité I , de vecteur densité de courant électrique $\overrightarrow{j_{él}} = j_{él}.\overrightarrow{u_z}$ uniforme et constant. À travers le métal, un régime permanent et stationnaire de conduction radiale de chaleur s'établit, de vecteur densité de flux thermique $\overrightarrow{j_{th}} = j_{th}.\overrightarrow{u_r}$.

Les températures T_o et pression P_o ambiantes sont uniformes et constantes.



Données à T_o = 293 K :

$a = 8{,}92 \times 10^{-4}$ m ; $S = 2{,}50 \times 10^{-6}$ m^2 ; $\gamma_{Cu} = 5{,}96 \times 10^7$ S m^{-1} ; $\lambda_{Cu} = 4{,}00 \times 10^2$ W m^{-1} K^{-1} ; T_o = 293 K.

a) On rappelle l'expression de la résistance électrique R d'une longueur L de ce conducteur ohmique :

$$R = L/(\gamma \pi a^2)$$

En déduire la puissance électrique reçue par cette portion de fil de longueur L, en fonction des grandeurs I, γ_{Cu}, et a.

b) Montrer que la puissance thermique volumique p_v (unité : W.m^{-3}), dégagée uniformément par effet Joule dans le cuivre, s'exprime par l'égalité : $p_v = I^2/(\gamma\pi^2 a^4)$.

c) En régime permanent, la puissance thermique dégagée à l'intérieur d'un cylindre, d'axe Oz, de rayon r (avec $r < a$) et de longueur L , est aussi le flux thermique qui diffuse radialement à travers la surface latérale de ce même cylindre de rayon r. Exprimer le vecteur densité de flux thermique en fonction des grandeurs p_v et r.

d) La surface métallique cylindrique extérieure, de rayon a, est maintenue à la température T_0 constante. La loi de Fourier est supposée applicable dans le métal. Déterminer la loi de distribution des températures T(r) au sein du fil de cuivre.

e) Pour quelle valeur du rayon r, la température est-elle maximale et égale à $T_{max,Cu}$?

f) Application numérique : I = 25,0 A. Calculer $T_{max,Cu}$. Conclusion ? La température de fusion du cuivre, sous la pression P, vaut T_{fus}=1360K. Le fil risque- t-il de fondre si, par erreur de branchement, l'intensité dépasse, modérément, la valeur de 25,0 A ?

4. Evacuation de la chaleur dans un barreau d'uranium

Un barreau cylindrique de grande longueur a un diamètre D_2 = 29 mm .

Les réactions nucléaires qui s'y produisent dégagent une puissance volumique p.

La conductivité thermique de l'uranium est λ = 27 W.K^{-1}.m^{-1}

1. Justifier que le champ de température ne dépend que de r, distance à l'axe du tube.
2. Déterminer en régime stationnaire la répartition de température dans le barreau. A la périphérie la température vaut T_e = 200°C. Que vaut T_{max} ?
3. L'uranium fond à T_f = 1232 °C. Déterminer la puissance volumique maximale que l'on peut extraire du barreau si l'on ne veut pas dépasser cette température.

Donnée : en cylindriques $\Delta T = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial T}{\partial r}\right)$.

5. Barre non isolée latéralement :

Une barre cylindrique, d'axe Ox, de rayon R, section S et de longueur L, est constituée d'un matériau de conductivité thermique λ.

Les températures des deux extrémités sont T_1 et T_2 ; elle est plongée dans un fluide à température T_f.

On admet que la température est uniforme dans une section, soit T(x,t).

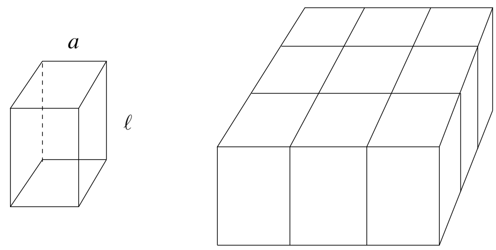
La barre évacue de l'énergie par sa surface latérale à raison d'une quantité h $(T - T_f)$ par unité de temps et de surface.

Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la fonction T(x) ; en déduire la répartition de température de la barre en régime stationnaire.

6. Comportement social thermorégulateur (CCP PC 2014) :

Un manchot se modélise par un parallélépipède rectangle de section carré de coté a et de hauteur l (figure a).

Le manchot, animal à sang chaud, maintient sa température interne T_i au moyen d'un apport métabolique P_1 qui compense les pertes par conduction thermiques au travers d'un revêtement de plumes d'épaisseur e et de conductivité λ, face à une température externe T_e.

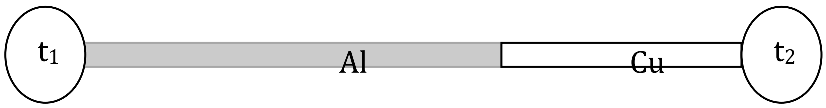


(a) (b)

1. Déterminer l'aire totale A_1 du parallélépipède.
2. Déterminer la valeur de la conductivité thermique λ du revêtement de plumes correspondant à un métabolisme P_1 = 50 W, pour une température intérieure T_i = 37°C, une température extérieure T_e = -20°C (y compris au niveau du sol) , une épaisseur e = 1 cm, un coté a = 0,10 m et une hauteur l = 0,50 m.
3. Pour faire face à ces températures extrêmes, neuf manchots se serrent comme représenté sur la figure b. Le pavage carré étant parfait, seules les faces supérieures, inférieures et latérales périphériques sont sujettes aux pertes thermiques. Calculer l'aire A_9 exposée à la température T_e et la puissance métabolique P_9 totale nécessaire au maintien de la température interne des neuf manchots. De combien le métabolisme nécessaire au maintien de la température interne, rapporté à un manchot, est-il réduit lorsque les neuf manchots se serrent les uns contre les autres ?

7. Barreau constitué de deux métaux :

On dispose d'un barreau cylindrique de section S constitué d'une longueur l_1 d'aluminium et l_2 de cuivre.



On donne :

λ_1 (Al) = 200 W.K^{-1}.m^{-1} ; λ_2 (Cu) = 380 W.K^{-1}.m^{-1}; l_1 = 80 cm ; l_2 = 50 cm ; S = 2 cm^2.

L'extrémité libre du barreau d'aluminium est maintenue à t_1 = 180°C, celle du barreau de cuivre à t_2 = 0°C. Une gaine isole latéralement le barreau.

On se place en régime stationnaire.

Déterminer la température au niveau de la soudure ;

Réponse : $T_{soudure}$ *= 44,5 °C.*

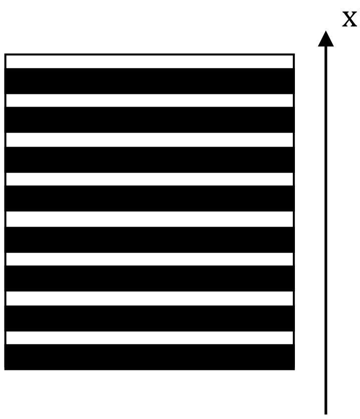
8. Traitement thermique de cartes électroniques (E3A PC 00) :

Une des étapes de la fabrication des cartes supportant les circuits électroniques intégrés consiste à les enduire d'une résine époxy qui durcit à température élevée et sous forte pression. Pour cela, on rassemble les cartes enduites de résine en piles, chacune étant séparée des autres par une plaque métallique.

Toutes les cartes sont planes, ont la même épaisseur e_1 et une conductivité thermique λ_1. Les plaques métalliques de séparation, planes elles aussi, ont une épaisseur e_2 et une conductivité thermique λ_2. Les cartes et les plaques ont une aire *A*.

On admettra que la résine époxy ne joue aucun rôle dans les transferts et bilans thermiques.

On cherche à représenter le système feuilleté décrit précédemment comme un milieu homogène.



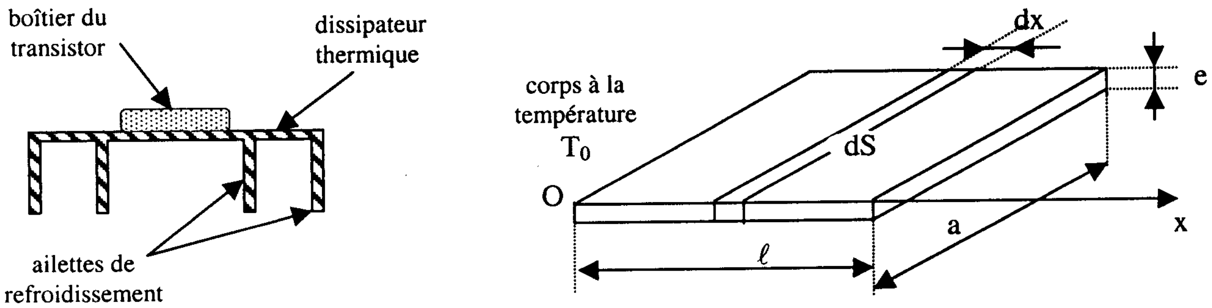
a) On considère que les transferts thermiques s'effectuent seulement selon la direction *Ox*. Déterminer la résistance thermique R_1, d'une épaisseur *e* du matériau, de surface *S*, constituée de *N* empilements plaque-carte. En déduire que l'empilement est équivalent à une épaisseur *e* d'un matériau homogène de section *S*, dont on exprimera la conductivité thermique λ en fonction de λ_1, λ_2, e_1 et e_2.

b) Déterminer de même la conductivité thermique $\lambda_{//}$ du milieu homogène équivalent au milieu feuilleté si l'on considère un transfert thermique parallèle au plan des cartes.
c) Application numérique : *cartes* : $\lambda_1 = 0{,}3$ W.m^{-1}.K^{-1}, $e_1 = 2{,}5$ mm ;
plaques métalliques : $\lambda_2 = 12$ W.m^{-1}.K^{-1}, $e_2 = 2{,}5$ mm. Déterminer λ et $\lambda_{//}$.
d) En comparant les valeurs des conductivités équivalentes λ et $\lambda_{//}$, justifier que l'on peut considérer que la température dans les cartes ne dépend que de *x* et *t*.

Réponses : $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{e_1+e_2}\left(\frac{e_1}{\lambda_1}+\frac{e_2}{\lambda_2}\right)$; $\lambda_{//} = \frac{\lambda_1 e_1+\lambda_2 e_2}{e_1+e_2}$; $\lambda = 0{,}585$ W.m^{-1}.K^{-1}, $\lambda_{//} = 6{,}15$ W.m^{-1}.K^{-1}.

9. Etude simplifiée d'un dissipateur thermique pour transistor (CCP PSI 01)

On ne peut pas toujours limiter la puissance dissipée dans un transistor. Pour pouvoir dissiper une puissance beaucoup plus élevée en limitant la température du composant, on monte le boîtier de certains transistors sur un dissipateur de chaleur muni d'ailettes de refroidissement (figure 10).



Une ailette de refroidissement en aluminium de conductivité thermique $\lambda = 200$ W m^{-1}.K^{-1} est fixée à un corps dont la température est $T_o = 70$°C constante et baigne dans l'air ambiant dont la température est constante et vaut $T_a = 20$°C . Le corps à la température T_o occupe le demi-espace x < 0.
L'ailette est d'épaisseur e = 2 mm, de largeur a = 3 cm, de longueur l=2 cm.

On fait les hypothèses suivantes :
- le régime étudié est stationnaire
- la température d'un point de l'ailette n'est fonction que de x : elle sera donc notée T(x)
- a est très grand devant e (cf. valeurs numériques)
- la puissance thermique cédée à l'air extérieur par la surface latérale dS d'un élément de longueur dx (échanges conducto-convectifs) est : $dP = h\,[\,T(x) - T_a]\,dS$ avec $dS = 2\,(a + e).dx \approx 2a.dx$
où h est un coefficient constant : h = 150 S.I. (S.I. signifie : dans le système international).

1. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la température T(x) de l'ailette peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d^2T}{dx^2}-\frac{1}{L^2}\left(T(x)-T_a\right)=0$$

où L est une longueur caractéristique que l'on exprimera en fonction de λ, h et e.
2. Calculer la valeur numérique de L.
3. Justifier les deux conditions aux limites suivantes vérifiées par T(x) :

$$T(0) = T_o \text{ et } -\lambda\left(dT/dx\right)_{x=l} = h\,(T(l) - T_a)\,.$$

4. En déduire la loi T(x) en fonction de x.
5. Montrer que compte-tenu de la longueur de l'ailette (l= 2 cm), on peut supposer que la température de l'ailette est approximativement constante et égale à T_o : on montrera que la valeur absolue de $(T(l) - T_o) / T_o$ est voisine de 10%.
6. On considère que la température de l' ailette est effectivement constante et égale à T_o
a) Donner l'expression de la puissance thermique P échangée entre l'ailette et l'air ambiant.
b) Déterminer la puissance thermique P' échangée entre le corps à la température T_o et l'air ambiant par la surface d'aire S' = a.e en l'absence d'ailette (S' est la surface de base de l'ailette en x = 0).
c) En déduire l'expression de l'efficacité $\eta = P / P'$ de l'ailette. Calculer sa valeur.