STATIQUE DES FLUIDES - EXERCICES

1. Barrage :

Un barrage de largeur l retient une hauteur h d'eau (masse volumique ρ) sur sa face verticale AB. Calculer la résultante des forces de pression exercée par l'eau sur le barrage, ainsi que le moment résultant en A, point situé au niveau du sol.

2. Poussée d'Archimède :

Archimède trouva que la masse de la couronne du roi Hiéron était, dans l'air de 482,5 g et de 453,4 g dans l'eau. La couronne était-elle en or pur ? Masse volumique de l'or : 19,3 10^3 kg.m^{-3}.

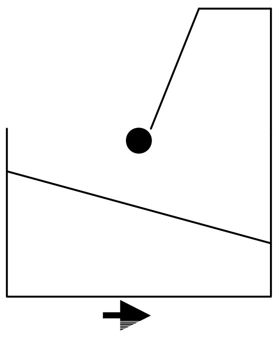
3. Hémisphères de Magdebourg :

Deux hémisphères métalliques de rayon R sont juxtaposés par l'intermédiaire d'un bourrelet de cuir. On effectue le vide entre ces deux hémisphères ; l'un est alors relié à un support fixe.
Quelle force minimale F_0 doit-on exercer sur l'autre partie pour séparer les hémisphères ? On désignera par P_0 la pression atmosphérique.

AN : $P_0 = 10^5$ Pa ; R = 20 cm.

4. Equilibre d'un fluide dans un référentiel non-galiléen :

Une cuve remplie d'un liquide de masse volumique ρ est montée sur un chariot animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié d'accélération a par rapport au sol considéré comme galiléen.
Le fluide est en équilibre par rapport au chariot.
a)Caractériser la position de la surface libre du fluide par rapport au chariot.
b) Le chariot comporte un fil à plomb en équilibre relatif. Quelle est la direction indiquée par ce fil ?
c) Que se passe-t-il si le fil est plongé dans le liquide ?
NB : on rappelle que la force volumique d'inertie d'entraînement s'écrit ici :
$\vec{f}_{ie} = -\rho\vec{a}_e$.

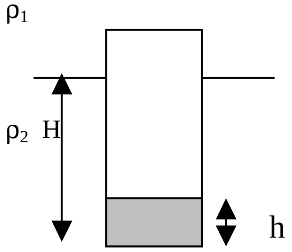


5. Vase en rotation :

Un récipient cylindrique de rayon R, d'axe vertical Oz, contient une hauteur d'eau H. Il est mis en rotation autour de son axe avec une vitesse angulaire constante ω.
Déterminer la forme de la surface libre du liquide que l'on suppose entraîné avec la même vitesse angulaire ω.
Réponse : forme parabolique.

6 . Equilibre d'un godet :

Un godet à parois minces de masse m flotte verticalement à la surface de séparation de deux liquides de masses volumiques ρ_1 et ρ_2. Déterminer la profondeur d'immersion H du godet si le fond du godet a une épaisseur h et une section S et si le godet lui-même est rempli d'un liquide de masse volumique ρ_1.
Réponse : $H = (m - \rho_1 hS) / (\rho_2 - \rho_1)$.



7. Equilibre polytropique de l'atmosphère terrestre :

L'air atmosphérique est supposé en équilibre. On supposera les gaz parfaits et **g** uniforme.
Dans la haute atmosphère, la température est sensiblement constante. Donner la loi de pression en fonction de l'altitude.

Dans la troposphère, c-à-d jusqu'à une altitude de l'ordre de 10 km, on peut admettre qu'en première approximation la température de l'air atmosphérique décroit avec l'altitude z selon la loi :

$T = T_0 - az$ où a est une constante.

Montrer que la pression P(z) est liée à la pression P_0 au sol par une relation de la forme :

$P = P_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{q}{q-1}}$ où q est une constante que l'on calculera.

Réponses : $q = Mg / (Mg-aR)$; $\rho = \rho_0 (P/P_0)^{1/q}$.

8. Bulle d’air :

Une bulle d'air (G.P.) de rayon R = 1 mm, s'élève du fond d'un lac profond de 20,4 m. La température du fond est 7°C, la température de surface est 27°C. Quel est le rayon de la bulle lorsqu'elle atteint la surface. ($P_{surface}$ = 1 bar , ρ_{eau} = 1000 kg.m^{-3})

9.Pression dans une colonne de mercure :

On considère une colonne de mercure liquide à T uniforme de hauteur totale H.

Exprimer χ_T, coefficient de compressibilité isotherme, en fonction de ρ et $\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T$.

On suppose χ_T = cte. En déduire la ρ en fonction de P, puis la relation P(z) (on fera intervenir ρ_0 et P_0, masse volumique et pression à l'altitude z = 0).

Evaluer P(H) -P_0 en fonction de χ_T, H, ρ_0 et g, accélération de la pesanteur.

Estimer l'écart, P(H) - (P_0 - ρ_0gH) pour H = 20 m, ρ_0 = 13,6 kg.L^{-1} ; χ_T = 4.10^{-11} Pa^{-1}.

10. Modélisation du soleil :

La Terre décrit autour du Soleil, assimilé à une sphère de centre O et de rayon Rs et vu depuis la Terre sous un diamètre angulaire $2\alpha_S$ = 32', une orbite pratiquement circulaire de rayon D = 149,5 millions de kilomètres en un an.

Le soleil est modélisé par un fluide gazeux supposé parfait, de masse volumique constante ρ_S.

On donne la constante de gravitation universelle : G = 6,67.10^{-11} SI, la masse molaire du fluide solaire : M = 1,25.10^{-3} kg.mol^{-1}.

Calculer le rayon R_S du Soleil et sa masse volumique moyenne.

Calculer le gradient dP/dr de la pression du fluide solaire en tout point M à la distance r du centre du Soleil à l'aide des constantes G et ρ_S.

Etablir la loi de pression P(r) en M en supposant nulle la pression au bord du Soleil.

Calculer l'énergie potentielle de gravitation du Soleil en fonction de G, ρ_S et R_S, puis en fonction de la masse M_S et du rayon R_S du Soleil.

11. Ascension d'un aérostat :

Un aérostat est constitué par une enveloppe gonflée partiellement ou totalement par un gaz plus léger que l'air, de densité d par rapport à l'air, soutenant une nacelle.

Le gaz est en communication avec l'air atmosphérique extérieur par une ouverture à la base de l'enveloppe. On suppose que le gaz est en équilibre de pression et de température avec l'air ambiant.

La température extérieure varie selon $T = T_0 -az$.

On désigne par V le volume de l'enveloppe à un instant donné.

La nacelle, l'enveloppe ,les passagers et le lest ont un poids total P.

Calculer la force ascensionnelle F qui s'exerce sur le ballon.

On suppose qu'au niveau du sol F > 0 et que l'enveloppe est partiellement gonflée. Montrer que la force F reste constante tant que l'enveloppe n'est pas entièrement gonflée.

Montrer que le ballon atteint un plafond d'altitude.