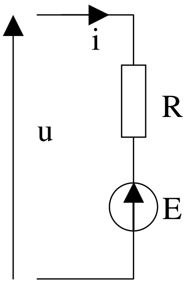
# MACHINE A COURANT CONTINU – EXERCICES

## 1. Moteur à courant continu ( CCP PSI 04 ) :

On s'intéresse à l'utilisation d'un moteur en traction automobile.
On rappelle le schéma équivalent du moteur à courant continu à excitation séparée : u représente la tension aux bornes de l'induit i l'intensité du courant le traversant.
On néglige les frottements.




Le moteur étant soumis à un couple résistant constant $C_r$ = 60 N.m, un essai réalisé avec u = 120 V a donné les résultats suivants :

- Fém E = 100 V ;
- Vitesse de rotation Ω = 3200 tours/minute

Le moment d'inertie de la partie mobile entraînée par le moteur vaut J = 1,5 $kg.m^2$ et la relation entre la vitesse de rotation du moteur et la vitesse v du véhicule est

$$\Omega = \lambda v \text{ avec } \lambda = 35 \text{ tr.min}^{-1} / (\text{ km.h}^{-1})$$

a) Rappeler les relations existant entre les grandeurs électriques E et i et mécaniques Ω et C (couple moteur).
b) Déterminer la valeur de R, résistance de l'induit.
c) On considère un fonctionnement à couple moteur C constant (C = 60 N.m) et on étudie la phase de « mise en vitesse » d'un véhicule sur une route horizontale. Le moment du couple résistant varie alors suivant une loi du type $C_r = a\Omega + b$ avec a = 0,01N.m/(rad.$s^{-1}$) et b = 5 N.m.
Calculer le temps $\Delta t_1$ mis par le véhicule pour passer de 0 à v = 50 km.$h^{-1}$.
*Réponses : R = 0,1Ω ; $\Delta t_1$ = 5,1 s.*

## 2. Commandes d'un moteur à courant continu ( d'après Centrale PSI 00 ):

On désire comparer deux modes de commande d'un moteur à courant continu : en tension et en courant.
Valeurs numériques : R = 1,5 Ω ; Φ = 0,17 rad.$s^{-1}$ ; J = 1,0.$10^{-3}$ $kg.m^2$ . L'inductance d'induit et les frottements sont négligés. Les contraintes technologiques imposent une valeur maximale de l'intensité du courant d'induit : $I_{max}$ = 10 A. On néglige les frottements.
a) On applique un échelon de tension aux bornes de l'induit d'un moteur initialement au repos, et on observe l'évolution de la vitesse angulaire $\omega(t) = d\theta(t)/dt$. Sachant que l'amplitude de l'échelon de tension est choisie de telle sorte que l'intensité maximale du courant d'induit soit égale à $I_{max}$, déterminer littéralement, puis numériquement, le temps au bout duquel la vitesse aura atteint 90% de sa valeur finale.
b) On impose à présent au moteur, à partir des mêmes conditions initiales, une intensité constante égale à $I_{max}$. Quel sera le temps mis pour atteindre la même valeur de vitesse ? Interpréter.
c) On définit le **portrait de phase** du dispositif en évolution comme le lieu décrit par le point d'abscisse θ(t) et d'ordonnée ω(t) dans le plan de phase (θ,ω), lorsque t varie. Représenter ce lieu pour les deux essais précédents.
*Réponse : a) $t_1$ = 120 ms ; b) $t_2$ = 47 ms.*

## 3. Bilan de puissance dans un moteur :

Pour un moteur a courant continu à aimants permanents, on dispose des indications suivantes :

- induit : R = 0,5 Ω, tension d'alimentation U = 220 V.
- A vide : puissance absorbée $P_V$ = 264 W ; intensité du courant d'induit $I_V$ = 1,2 A.
- En charge : ω = 1450 tr/min : intensité du courant d'induit I = 18 A.

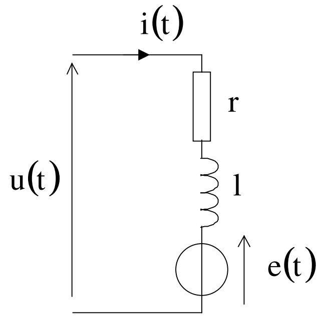
Calculer pour l'essai en charge :
a) la puissance électromécanique ( puissance électrique convertie en puissance mécanique ) ;
b) les pertes Joule totales ;
c) les pertes mécaniques supposées constantes ;

d) la puissance utile ;
e) le moment du couple utile ;
f) le rendement du moteur.

*Réponses : a) $P_{em}$ = 3798 W ; b) $P_J$ = 258 W ; c) $P_c$ = 320 W : d) $P_u$ = 3479 W ; e) $C_u$ = 22,9 N.m ; f) r = 86 %.*

### 4. Étude d'un moteur à courant continu

On considère une machine à courant continu à aimants permanents. Le modèle électrique du moteur est représenté par le schéma équivalent de la figure ci-contre.




*Données numériques* :

- résistance d'induit : R = 1 Ω ;
- inductance d'induit : L = 20 mH ;
- moment d'inertie : J = 0,1 kg.m$^2$ ;
- pour une vitesse de rotation Ω = 1500 tr.min$^{-1}$ on relève une fém induite e = 100 V.

a) Écrire la relation entre la fém e(t) et la vitesse de rotation Ω(t), puis la relation entre le moment du couple électromagnétique $C_m$ développé par le moteur et l'intensité du courant d'induit i(t).

b) Écrire l'équation qui traduit le comportement électrique du moteur, puis l'équation qui traduit le comportement mécanique du moteur lorsqu'il entraîne une charge mécanique opposant un couple de moment $C_{ch}$.

c) Des deux équations précédentes, établir les équations différentielles que vérifient la vitesse de rotation Ω(t) et l'intensité du courant d'induit i(t) lorsque la charge est nulle ( $C_{ch}$ = 0 ).

d) Initialement, la machine est arrêtée et non alimentée. A l'instant t = 0, u(t) passe instantanément de 0 V à 100 V. Établir les expressions de la vitesse de rotation Ω(t) et l'intensité du courant d'induit i(t). Quelle est la vitesse maximale atteinte par le moteur ?

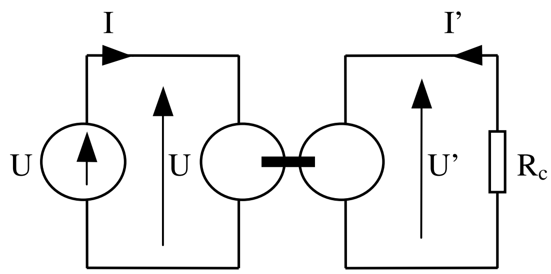
e) Lorsque la vitesse maximale est atteinte, que vaut l'intensité du courant ? Est-ce réaliste ?

f) A t = 10 s, on couple la charge mécanique qui oppose un couple dont l'expression du moment en fonction de la vitesse de rotation est : $C_{ch} = 10 + 0{,}1\ \Omega + 0{,}002\ \Omega^2$ (en N.m). Calculer la nouvelle vitesse de rotation et la nouvelle intensité du courant d'induit atteints en régime permanent.

*Réponses : f) $\omega$ = 769 tr/min : i = 49 A.*

### 5. Etude d'une association moteur-génératrice à courant continu :

On considère l'association ci-contre de deux machines à courant continu de caractéristiques rigoureusement identiques, placées sur un même arbre de rotation .




La machine M est alimentée par une source de tension idéale de fém U, la machine G est connectée à une charge résistive de résistance $R_C$. On note R la résistance de l'induit des deux machines, J leur moment d'inertie total et f le coefficient de frottement fluide de l'ensemble.

a) Ecrire les équations électriques et mécanique des deux machines.

b) Déterminer, en fonction de ω, l'expression du couple résistant résultant des frottements et de la machine G ( couple de la charge mécanique vue par la machine M ).

c) Calculer la vitesse angulaire de rotation du système, le couple, l'intensité du courant induit de chaque machine et la tension aux bornes de la charge électrique.

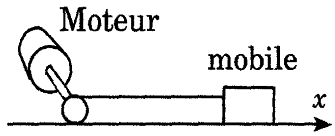
d) Comparer les puissances moyennes absorbée par la charge électrique et cédée par la source d'alimentation ; interpréter la différence.

e) Que deviennent les résultas précédents si l'on néglige les frottements et les résistances d'induit ?

Valeurs numériques : U = 100 V ; R = 1 Ω ; $R_c$ = 10 Ω ; Φ = 1V.rad$^{-1}$ ; f = 0,01 SI.

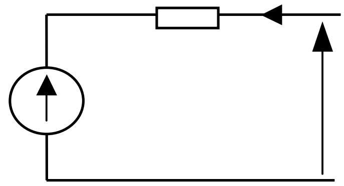
## Étude d'un moteur à courant continu en chaîne bouclée ( d'après Centrale PSI 00 ):

On considère un dispositif composé d'un mobile se déplaçant sur un axe Ox, entraîné par un moteur à courant continu ( à aimants permanents ).




On néglige le moment exercé par le mobile sur l'arbre moteur devant le moment des forces de Laplace.

L'induit est décrit par le modèle électrique ci-contre.



L'inductance de l'induit est négligée, ainsi que les frottements mécaniques.

Lorsque la machine à courant continu fonctionne en moteur (récepteur électrique), avec $e > 0$, le mobile se déplace dans le sens des $x$ croissants. Le mouvement de rotation de l'axe du moteur est converti en mouvement de translation du mobile selon la relation x =D.θ où θ est l'angle de rotation.

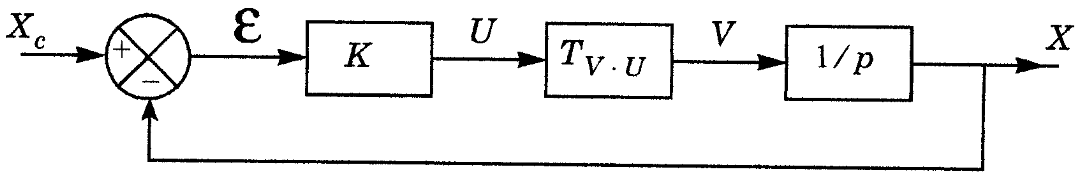
Le moment d'inertie total de l'ensemble des pièces mobiles est noté $J$ .

Valeurs numériques : R = 1,5 Ω ; Φ = 0,17 V.rad$^{-1}$.s ; J = 1,0.10$^{-3}$ kg.m$^2$ ; D = 0,050 m.

Le positionnement du mobile est assuré par un système asservi dont le moteur est l'actionneur.

Le moteur est commandé en tension par un amplificateur de puissance dont la tension de sortie est proportionnelle à la grandeur d'erreur ε = $x_C$-x fournie par un soustracteur.

La consigne $x_C$ indique l'abscisse à laquelle on désire positionner le mobile. Le schéma fonctionnel du système bouclé obtenu est mis sous la forme ci-dessous, V étant la vitesse du mobile :



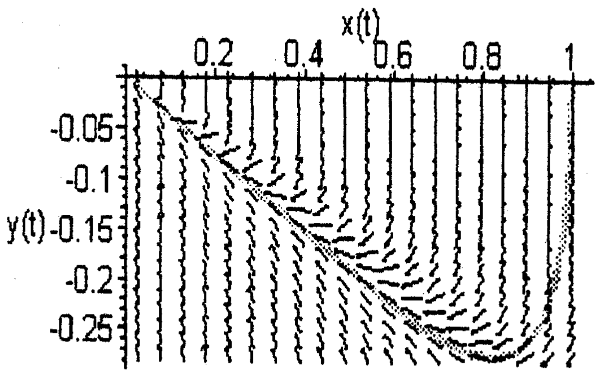

a) On se propose de raisonner sur le régime défini par $x_C$ = 0 et des conditions initiales fixées : position initiale x(0)=0, vitesse initiale v(0) = 0. Dans ce qui suit, un tel régime sera noté *régime libre.* On désire adopter un système de coordonnées réduites : $\tilde{x} = x(t)/X_0$ et $\tilde{t} = t/T_0$ afin d'obtenir une équation différentielle du régime libre s'écrivant : $\tilde{x} + 2\sigma\dfrac{d\tilde{x}}{d\tilde{t}} + \dfrac{d^2\tilde{x}}{d\tilde{t}^2} = 0$

b) Exprimer $T_0$ en fonction de K, D , J et des paramètres caractéristiques du moteur.

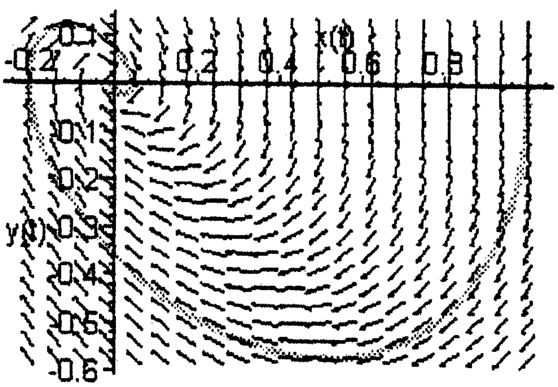
c) En déduire une expression de σ.

Pour différentes valeurs de K, on a obtenu les portraits de phase suivants, tracés dans le plan

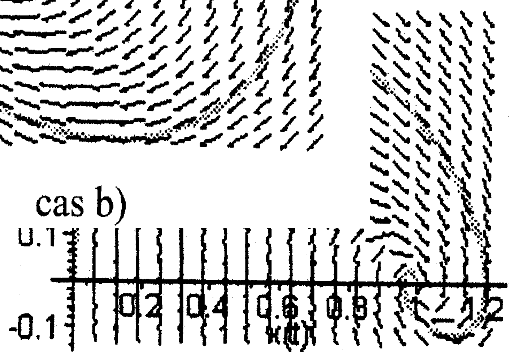
$\left(x = \tilde{x}, y = \dfrac{d\tilde{x}}{d\tilde{t}}\right)$.




cas a)




cas b)



d ) Qualifier le type de régime obtenu dans chaque cas.

e ) Quelle inégalité portant sur la valeur de K doit-on vérifier dans chaque cas pour obtenir un tel régime ? On définira une valeur critique $K_0$ de K.

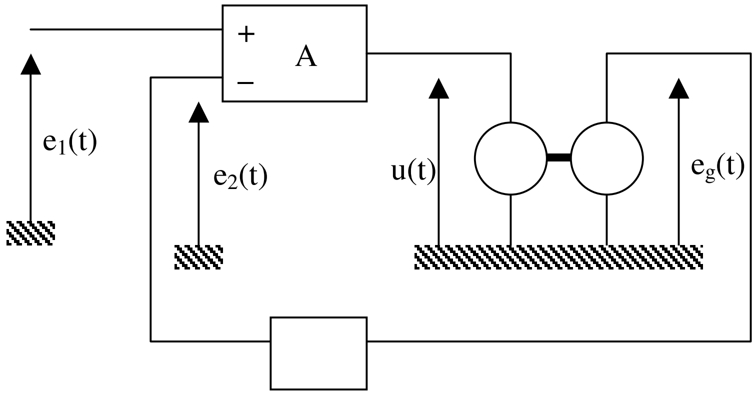
f ) On a effectué un autre type d'essai classique qui a conduit au portrait de phase ci-contre. Quelle sollicitation $x_C(t)$ a-t-on utilisée ? Comment nomme-t-on cet essai ? Quelle inégalité sur la valeur de K peut-on écrire compte tenu de la nature de la réponse observée ?

## Régulation de vitesse d'un moteur à courant continu :

On considère un moteur à courant continu dont les caractéristiques sont les suivantes :
Tension nominale $u_N = 164$ V ; courant nominal $I_N = 7{,}2$ A.
Résistance d'induit $r = 1{,}6\ \Omega$ ; vitesse nominale de rotation : $n_N = 3000$ tr/min.
On néglige toutes les pertes autres que les pertes Joule.
1°) Etude sans rétroaction :

a) Le moteur est utilisé à vide sous sa tension nominale ; calculer sa fréquence de rotation $n_0$ en tr/min.
b) Le moteur fournit son moment nominal $C_N$ ; calculer $C_N$.
c) Quelle est la variation de vitesse $\Delta n_{BO}$ entre les états a) et b) ?

2°) Etude avec rétroaction :



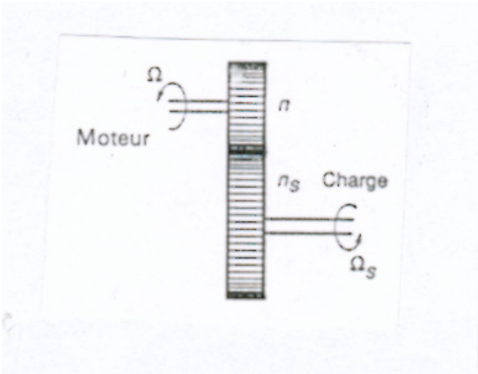

Le moteur, chargé, est inséré dans une boucle de régulation suivant le schéma ci-dessus. Il est couplé à une génératrice tachymétrique GT qui fournit une tension $e_g = k_g.n$ et à un ampli réalisant $e_2 = a.e_g$.
A est un amplificateur de puissance réalisant $u = A(e_1\text{-}e_2)$.
On donne : $A = 50$ ; $k_g = 6.10^{-3}$ $V.tr^{-1}.min^{-1}$ ; $a = 0{,}5$.

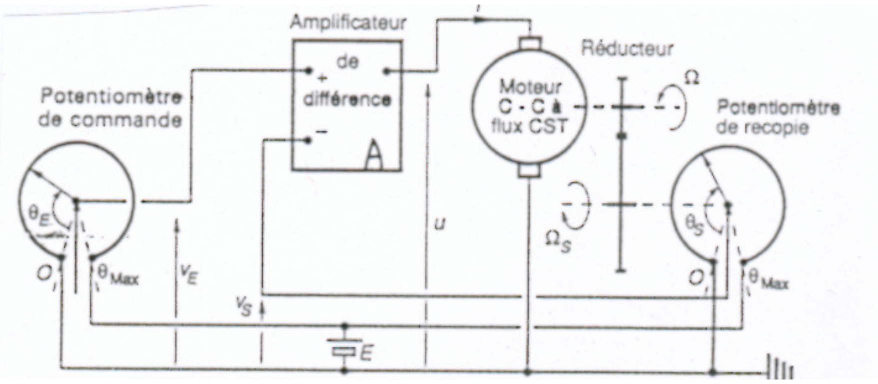
a) Déterminer la relation liant n à $e_1$ et $C_r$ couple résistant de la charge en boucle fermée ?
b) Le moteur est utilisé à vide sous sa tension nominale ; calculer sa fréquence de rotation $n'_0$ en tr/min.
d) Le moteur fournit son moment nominal $C_N$ ; calculer sa fréquence de rotation $n'_N$ en tr/min.
c) En déduire $\Delta n_{BF}$ ,chute de vitesse angulaire, par rapport à la vitesse à vide, avec régulation, pour le couple nominal. Calculer la valeur de facteur de régulation $F = \Delta n_{Bo} / \Delta n_{BF}$.

*Réponses : $C_N = 3{,}5$ N.m ; $\Delta n_{BO} = 226$ tr.min$^{-1}$ ; $\Delta n_{BF} = 58$ tr.min$^{-1}$.*

## Asservissement de position :

On considère le système ci-dessous.




a) Donner l'expression de $v_E$ et $v_S$ en fonction de E, $\theta_{max}$ et $\theta_E$ ou $\theta_S$.
b) Donner l'expression de u en fonction de A, $v_E$ et $v_S$.
c) Donner la relation entre $\Omega$ et $\Omega_S$ en fonction de n et $n_S$, nombre de dents des arbres moteur et de charge.
d) On admet que la puissance se conserve au niveau des engrenages. Calculer le rapport $C_r/C_S$ ou $C_r$ est le couple résistant sur l'arbre moteur et $C_s$ le couple moteur sur l'arbre de charge.
e) Ecrire le théorème du moment cinétique pour l'équipage mobile solidaire de l'axe moteur, celui ayant un moment d'inertie J et subissant un frottement visqueux de coefficient f.
f) Ecrire le théorème du moment cinétique pour l'équipage mobile solidaire de l'axe de charge, de moment d'inertie $J_S$, en supposant que le moment résistant exercé par la charge se réduit à un couple de frottements visqueux $f_S\Omega_S$.
g) Ecrire l'équation électrique de l'induit du moteur dont on néglige l'inductance L. On notera R sa résistance et $\phi$ la constante électromécanique du moteur.
h) Etablir l'équation différentielle vérifiée par $\Omega$, la grandeur d'entrée étant la tension u aux bornes de l'induit.
i) En déduire que tout se passe comme si l'équipage mobile solidaire de l'axe moteur possédait un moment d'inertie $J_e$ et que le coefficient de frottement soit $f_e$. Donner les expressions de $J_e$ et $f_e$.
j) En déduire la fonction de transfert du système $H(p) = \theta_S(p) / \theta_E(p)$.