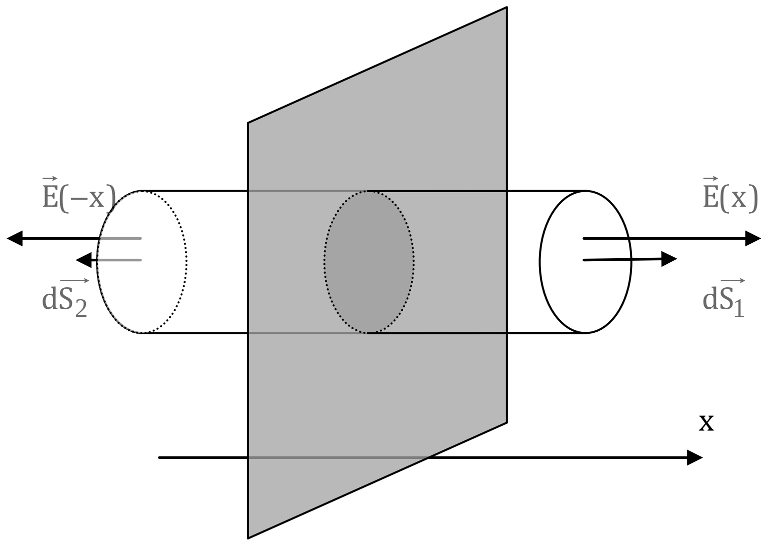
Corrigé plan infini :

Les **coordonnées** adaptées sont les coordonnées cartésiennes.

Symétries : les plans Mxy et Mxz sont plans de symétrie, donc $\vec{E}(M) = E(M)\vec{u}_x$.
On peut ajouter que le plan chargé est plan de symétrie, donc E(-x,y,z) = -E(x,y,z).

Invariances : par translation selon y et z, donc E(M) = E(x).

On peut utiliser le théorème de Gauss.
La surface de Gauss peut être un cylindre dont les surfaces terminales ont une section S, et situé entre –x et x.



On a ici : $d\vec{S_1} = dS_1.\vec{u}_x$ avec $dS_1 > 0$ et $d\vec{S_2} = dS_2.\vec{u}_x = -dS_1.\vec{u}_x$.

On a alors :

$$\begin{aligned}
\oiint \vec{E}.d\vec{S} &= \iint_{S_1} \overrightarrow{E(x)}.d\vec{S_1} + \iint_{S_2} \overrightarrow{E(-x)}.d\vec{S_2} + \iint_{S_{latérale}} \vec{E}.d\overrightarrow{S_{lat}} \\
&= \iint_{S_1} E(x).dS_1 + \iint_{S_2} E(-x).dS_2 + 0 \\
&= \iint_{S_1} E(x).dS_1 + \iint_{S_2} E(x).dS_1 \\
&= 2\iint_{S_1} E(x).dS_1 \\
&= 2.E(x).S
\end{aligned}$$

Remarquer qu'on a ici x > 0 car on a considéré $d\vec{S_1} = dS_1.\vec{u}_x$ avec $dS_1 > 0$.

$Q_{int} = \sigma.S$.

Le théorème fournit alors $E(x) = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ pour x >0.

Remarque : la distribution étant surfacique, le champ présente une discontinuité :

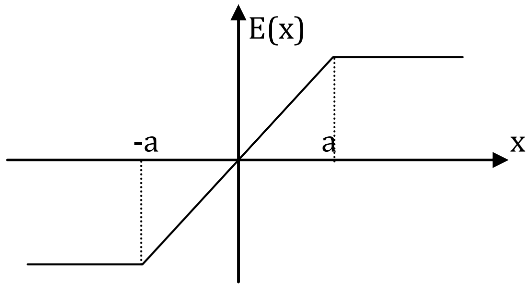
$$\vec{E}(0^+) - \vec{E}(0^-) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u}_x.$$

Corrigé couche infinie :

Les symétries et invariances sont strictement identiques au cas du plan chargé, ainsi que le calcul du flux (on choisit la même surface de Gauss que précédemment).

Seul diffère le calcul de la charge intérieure.

On doit alors considérer deux cas :



- Si x < a (x >0) , on a $Q_{int} = \rho.2x.S$, d'où $E(x) = \dfrac{\rho x}{\varepsilon_0}$
- Si x > a, on a $Q_{int} = \rho.2a.S$, d'où $E(x) = \dfrac{\rho a}{\varepsilon_0}$ pour x >0.

Remarque : le champ est continu en x= -a et x=a, car la distribution est volumique.

Montrons que le champ extérieur à la couche est le même que dans le cas du plan.
On considère une petite portion de la couche de section s ; elle porte la charge $q = \rho.2.a.s$.
La même portion du plan portait la charge $q = \sigma.s$.
L'équivalence des deux distributions de charge se traduit par $\sigma = 2a\rho$.
Le plan infini c'est en fait une couche vue « de loin ».