

MACHINE A COURANT CONTINU

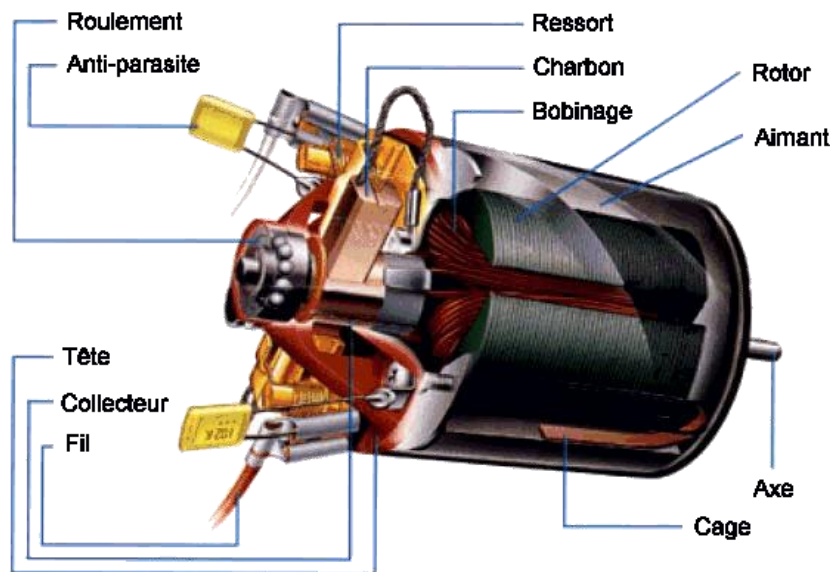
Une machine à courant continu est un **convertisseur électromécanique d'énergie** : elle peut s'utiliser de deux manières :

- en **moteur**, l'énergie est fournie sous forme électrique et récupérée sous forme d'énergie mécanique, par l'intermédiaire d'un couple ;
- en **génératrice**, l'énergie est fournie sous forme mécanique et récupérée sous forme d'énergie électrique, par l'intermédiaire d'une force électromotrice.

1. Présentation.

Une machine à courant continu se compose :

- d'une partie fixe, le **stator** ;
- d'une partie tournante, le **rotor**, sur lequel est bobiné l'**induit** ;
- d'un dispositif permettant de relier le circuit d'induit à un circuit extérieur, le **collecteur**.



Les forces permettant de faire tourner le moteur sont des forces de Laplace, dues à l'interaction entre le courant I circulant dans l'induit et un champ magnétique B .

Ce champ magnétique peut être généré de deux façons :

- par **aimants permanents** disposés sur le stator (petites machines) ;
- par un circuit disposé sur le stator et appelé **circuit inducteur** (ou circuit d'excitation).

Ce circuit inducteur (appelé aussi excitation) peut être en série ou en parallèle sur le circuit d'induit.

Il peut également en être totalement indépendant ; la machine est dite à excitation indépendante, et nécessite un second générateur.

2. Utilisations de la machine à courant continu :

La machine à courant continu est le plus souvent utilisée en moteur, en concurrence avec les moteurs synchrones et asynchrones principalement.

Les critères dynamiques (démarrage, réglage de la vitesse, décrochage) ne sont plus déterminants car les progrès de l'électronique de puissance permettent de résoudre ces problèmes.

Les critères de choix sont aujourd'hui le coût d'achat, de maintenance, la durée de vie, la puissance massique (en $W.kg^{-1}$), le bruit...

Le dernier train ayant été équipé de moteurs à courant continu est le TGV Paris-Sud-Est en 1981.

Principales caractéristiques : rame de 385 tonnes puissance totale 6,4 MW, $270 km.h^{-1}$;

Il est équipé de 12 Moteurs à courant continu de 535 kW et 1535 kg.

On en trouve beaucoup en automobile : démarreur, pompe à carburant, essuie-glaces, lève-vitres, ventilateur, climatiseur, toit ouvrant, etc, et dans les jouets.

Un cas particulier important est celui du moteur dit « universel » : c'est un moteur à excitation série, fonctionnant en courant continu comme en courant alternatif ; il équipe beaucoup d'électroménager : aspirateurs, mixeurs, etc... et d'outils : perceuses, scies sauteuses, etc... Son rendement est médiocre.

3. Equations fondamentales :

3.1. Equation électrique :

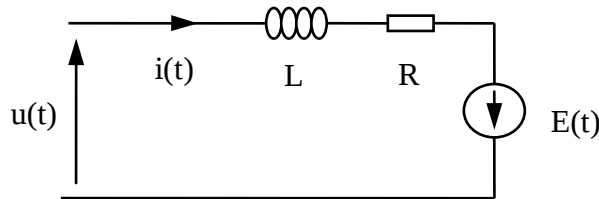
Le circuit induit, bobiné sur le rotor tournant à $\omega(t)$, est modélisé par sa résistance R , son inductance L et sa force **électromotrice** E telle que (cf chapitre précédent) :

$$E(t) = - \Phi \cdot \omega(t) \quad (1)$$

où Φ est une contante positive caractéristique de la machine ; son unité est le Weber ($1 \text{ Wb} = 1 \text{ V.s.rad}^{-1}$).

L'équation électrique est :

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} - E = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \Phi \cdot \omega(t) \quad (2)$$



Attention !!! Dans certains ouvrages, on définit plutôt la force contre-électromotrice $E(t) = + \Phi \cdot \omega(t)$, l'équation électrique reste faisant intervenir $\omega(t)$ reste identique.

OG (moteur Didalab 120 W) en régime nominal : $L = 2 \text{ mH}$; $R = 1 \Omega$; $U = 24 \text{ V}$; $I = 5 \text{ A}$.

La puissance électrique absorbée par $E(t)$ est $P = E(t) \cdot i(t)$.

3.2 Equation mécanique :

a) Théorème du moment cinétique pour un solide en rotation autour d'un axe fixe :

On considère un solide en rotation à vitesse angulaire $\vec{\omega} = \omega \vec{u}_z$ autour de l'axe Oz fixe par rapport à un référentiel galiléen.

Le théorème du moment cinétique en O s'écrit de manière identique à celui d'un système discret de points , soit :

$$\frac{d\vec{\sigma}_0}{dt} = \sum \vec{\Gamma}_{0\text{ext}}$$

$\vec{\sigma}_0 = \iiint \vec{OM} \wedge d\vec{m}\vec{v}(M)$ est le moment cinétique du solide par rapport au point O .

$\sum \vec{\Gamma}_{0\text{ext}}$ est le moment résultant en O des forces extérieures agissant sur le système.

Définition : on appelle moment cinétique par rapport à l'axe Oz – noté σ_z - la projection de $\vec{\sigma}_0$ sur Oz , soit :

$$\sigma_z = \vec{\sigma}_0 \cdot \vec{u}_z.$$

Définition : on appelle moment des forces par rapport à l'axe Oz – noté Γ_z - la projection de $\vec{\Gamma}_0$ sur Oz , soit :

$$\Gamma_z = \vec{\Gamma}_0 \cdot \vec{u}_z.$$

Remarque : on peut montrer que σ_z et Γ_z sont indépendants du point O .

Le théorème du moment cinétique s'écrit donc en projection sur Oz : $\frac{d\sigma_z}{dt} = \sum \Gamma_{z\text{ext}}$

(théorème scalaire du moment cinétique).

Expression du moment cinétique :

Un élément de masse dm a pour moment cinétique élémentaire :

$$\begin{aligned}\vec{\sigma}_0 &= \vec{OM} \wedge dm\vec{v} = (\vec{OH} + \vec{HM}) \wedge dm(\vec{\omega} \wedge \vec{HM}) = dm\vec{OH} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{HM}) + dm\vec{HM} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{HM}) = \\ &= dm\vec{\omega} \cdot (\vec{OH} \cdot \vec{HM}) - dm\vec{HM} \cdot (\vec{\omega} \cdot \vec{OH}) + dm\vec{\omega} \cdot (\vec{HM} \cdot \vec{HM}) - dm\vec{HM} \cdot (\vec{\omega} \cdot \vec{HM}) \\ &= 0 - dm\vec{HM} \cdot (\vec{\omega} \cdot \vec{OH}) + dm\vec{\omega} \cdot (\vec{HM} \cdot \vec{HM}) - 0\end{aligned}$$

On a donc : $d\vec{\sigma}_z = d\vec{\sigma}_0 \cdot \vec{u}_z = dm \cdot (\vec{HM} \cdot \vec{HM}) \cdot \vec{\omega} = dm(HM)^2 \cdot \vec{\omega}$

$$\text{et } \sigma_z = \iiint dm(HM)^2 \cdot \vec{\omega} = J_z \cdot \vec{\omega}$$

où $J_z = \iiint dm(HM)^2$ est le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe Oz.

On retiendra donc l'expression suivante du théorème scalaire du moment cinétique :

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = \sum \Gamma_{z\text{ext}}$$

Aspect énergétique :

On montre simplement que l'énergie cinétique du solide s'écrit : $E_c = \frac{1}{2} J_z \omega^2$.

Le théorème scalaire multiplié par ω fournit : $\frac{dE_c}{dt} = \sum \Gamma_{z\text{ext}} \cdot \omega$, qui montre que la puissance du moment résultant par rapport à Oz s'écrit $P = \sum \Gamma_{z\text{ext}} \cdot \omega$.

b) Application au rotor :

Le rotor a un moment d'inertie J et tourne à la vitesse angulaire $\omega(t)$. Il est soumis :

- aux forces de Laplace exerçant un couple $C(t)$ sur l'arbre du rotor tel que :

$$C(t) = \Phi \cdot i(t) \quad (3)$$

- à un couple C_{frott} de frottement sec ou/et fluide, souvent négligé car faible devant $C(t)$;
- à un éventuel autre couple : couple de charge résistant C_{res} (ou C_{charge}) en fonctionnement moteur, couple d'entraînement en fonctionnement génératrice.

L'équation mécanique est :

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = \Phi \cdot i(t) + C_{\text{frottement}} + C_{\text{autre}} \quad (4)$$

OG (moteur Didalab 120 W) en régime nominal : $J \approx 10^{-4} \text{ kg.m}^2$; $n = 3100 \text{ tr.min}^{-1}$; $C \approx 0,4 \text{ N.m}$.

3.3. Conservation de la puissance électromécanique :

La comparaison des équations (1) et (3) montre que :

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{I} + \mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\omega} = 0$$

qui exprime la conservation de la puissance lors de la conservation électromécanique.

Si $C \cdot \omega > 0$ et $E I < 0$ la machine fonctionne en moteur ;

Si $\mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\omega} < 0$ et $\mathbf{E} \mathbf{I} > 0$, la machine fonctionne en génératrice.

4. Principaux fonctionnements :

On néglige les frottements, sauf mention contraire.

4.1. Fonctionnement en moteur à vide :

Le fonctionnement à vide sert à étudier les pertes mécaniques.

Le fonctionnement à vide se traduit par :

$$C_{\text{autre}} = 0.$$

Cas du régime permanent : on a alors $\Omega = \text{cte}$, d'où $C = 0$, donc $I = 0$, et $U = E > 0$.

Cas du régime quelconque : la fonction de transfert opérationnelle du moteur $\Omega(p) / U(p)$ s'écrit :

$$\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{H_0}{1 + \tau_m p + \tau_m \tau_e p^2} \text{ avec } \tau_m = JR/\phi^2 ; \tau_e = L/R.$$

La machine à courant continu est donc un système passe-bas du second ordre.

Exercice : Que devient la fonction de transfert si l'on prend en compte un couple de frottement fluide $C_{\text{frott}} = -f\Omega$? Quelles sont alors les nouvelles constantes de temps ?

4.2. Fonctionnement en moteur en charge :

Les équations pour le moteur sont en régime permanent :

$$U = R.I + \Phi.\omega$$

$$C = \Phi.I$$

L'équation liant le couple à la vitesse angulaire est donc :

$$C = \phi \frac{U - \phi\omega}{R}$$

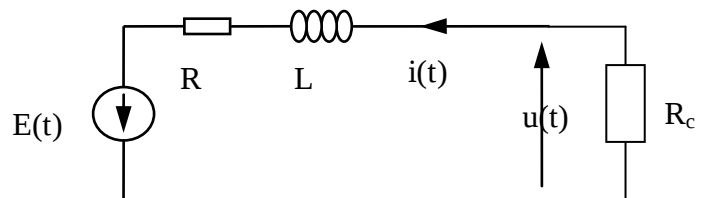
L'équation mécanique du moteur en régime permanent s'écrit :

$$0 = \phi I + C_{\text{charge}}$$

Si la caractéristique couple résistant - vitesse de la charge est connue, on en déduit C et ω (graphiquement ou analytiquement).

4.3. Fonctionnement en génératrice :

La génératrice, dont l'induit a une résistance R et est entraîné à la vitesse $\omega > 0$, est en général reliée à une charge résistive R_c .



On a alors $E.i(t) > 0$, ce qui impose $i(t) < 0$.

4.4. Génératrice tachymétrique :

On associe souvent à un moteur une telle génératrice, servant à obtenir une image de la vitesse. Cette génératrice ne débite dans aucune charge, on a donc $I' = 0$.

La fém aux bornes de l'induit vaut donc $u(t) = -E = \phi\omega$.

5. Bilan de puissance d'un moteur :

Puissance absorbée : c'est la puissance électrique fournie à l'induit du moteur :

$$P_{abs} = U.I.$$

Puissance électromécanique : c'est la puissance électrique convertie en puissance mécanique

$$P_{ém} = EI.$$

On a donc : $P_{ém} = P_a - P_J$; P_J représentant les pertes par effet Joule dans le rotor.

Puissance utile : c'est la puissance mécanique récupérable sur l'arbre :

$$P_u = P_{ém} - P_c,$$

P_c représentant les pertes constantes ou collectives (frottements + ventilation + courants de Foucault) évaluées à vide.

Le couple utile C_u est défini par : $C_u = P_u / \Omega$.

Le rendement du moteur est donc :

$$\eta = P_u / P_{abs}$$

Remarque : le bilan de puissance ne prend généralement pas en compte la puissance fournie au circuit d'excitation, entièrement perdue par effet Joule, mais souvent négligeable devant la puissance fournie à l'induit.

Deux exos corrigés :**6. Bilan de puissance lors du démarrage :**

On considère le dispositif ci-contre constitué d'un moteur à vide, d'une résistance de démarrage et d'un interrupteur que l'on ferme à l'instant initial. A $t < 0$, la vitesse angulaire est nulle.

On notera R la résistance équivalente à l'association en série de la résistance de démarrage et de la résistance du bobinage du moteur. On ne tient pas compte de l'inductance du moteur.

Le moment d'inertie est noté J et la constante électromécanique Φ .

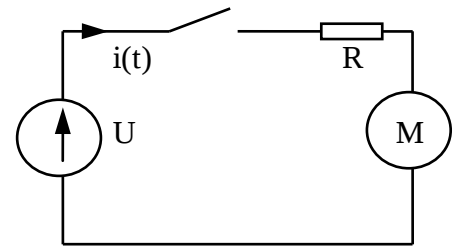
a) Exprimer $\omega(t)$ et $i(t)$ en fonction de U , Φ , J , R et t .

b) Effectuer un bilan énergétique.

c) Exprimer les grandeurs suivantes et donner leur signification :

$$W_g = \int_0^{\infty} U \cdot i \cdot dt ; W_J = \int_0^{\infty} R \cdot i^2 \cdot dt ; \Delta E_c = \frac{1}{2} J \omega_{\infty}^2, \text{ où } \omega_{\infty} \text{ est la valeur finale atteinte par } \omega.$$

Réponses : a) $\omega(t) = \frac{U}{\Phi} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ avec $\tau = \frac{RJ}{\Phi^2}$; c) Vérifier que $W_g = W_J + \Delta E_c$.

**7. Bilan de puissance lors du démarrage : corrigé :**

a) Les frottements sont négligés.

On a donc : $U = Ri(t) + \Phi\omega(t)$ (1)

et $J \cdot d\omega/dt = \Phi i(t)$ (2)

On en déduit : $d\omega/dt + \omega(t)/\tau = \Phi U / JR$ avec $\tau = JR/\Phi^2$.

Solution : $\omega(t) = U/\Phi (1 - \exp(-t/\tau)) = \omega_{\infty} (1 - \exp(-t/\tau))$ avec $\omega_{\infty} = U/\Phi$

$$i(t) = U/R \cdot \exp(-t/\tau).$$

b) On multiplie l'équation (1) par $i(t)$, on obtient : $U \cdot i(t) = Ri^2(t) + \Phi \cdot \omega(t) \cdot i(t)$

et la seconde par $\omega(t)$, d'où : $d/dt (\frac{1}{2} J \cdot \omega^2) = \Phi \cdot i(t) \cdot \omega(t)$.

Par élimination de la puissance des forces de Laplace avec la puissance de la fém induite :

$$U \cdot i(t) = d/dt (\frac{1}{2} J \cdot \omega^2) + Ri^2(t) \quad (3)$$

La puissance fournie par la source est convertie en puissance cinétique ou dissipée par effet Joule.

c) Par intégration de la relation (3), on doit avoir : $\int_0^{\infty} U \cdot i \cdot dt = \int_0^{\infty} R \cdot i^2 \cdot dt + \int_0^{\infty} d(\frac{1}{2} J \omega^2) \quad (4)$

$$\text{On calcule : } W_g = \int_0^{\infty} U \cdot i \cdot dt = \frac{U^2 \tau}{R} ; W_J = \int_0^{\infty} R \cdot i^2 \cdot dt = \frac{U^2 \tau}{2R} ; \Delta E_c = \frac{1}{2} J \omega_{\infty}^2 = \frac{U^2 \tau}{2R}.$$

La relation (4) est donc bien vérifiée.

La moitié de l'énergie fournie par la source est dissipée par effet Joule, l'autre moitié stockée sous forme d'énergie cinétique de rotation.

9. Freinage d'un moteur à courant continu :

On désire comparer deux modes de freinage d'un moteur à courant continu en présence de frottements fluides, dont les effets sont équivalents à un couple de moment - $\alpha\omega$ appliqué au rotor. A l'instant initial, le moteur est animé d'une vitesse $\omega_0 = 88 \text{ rad.s}^{-1}$ et on cherche à le freiner.

Valeurs numériques :

$$R = 1,5 \, \Omega ; \Phi = 0,17 \text{ rad.s}^{-1} ; J = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2 ; I_{\max} = 10 \text{ A} ; \alpha = 10^{-3} \text{ N.m.rad.s}^{-1}.$$

a) On ouvre tout d'abord le circuit d'alimentation du moteur ($i = 0$). Montrer que le mouvement du moteur est caractérisé par une constante de temps mécanique τ_m que l'on calculera. Exprimer le nombre de tours pour l'arrêt théorique du moteur en fonction de ω_0 et de τ_m . Quelle remarque peut-on faire sur le temps d'arrêt ? Déterminer, dans le plan de phase (θ, ω), la trajectoire parcourue.

b) On met la machine à courant continu en court-circuit ($u = 0$). Calculer $i(0)$. Montrer que le mouvement du moteur est caractérisé par une nouvelle constante de temps électromécanique τ'_{em} . Déterminer la nouvelle trajectoire de phase et la nouvelle distance d'arrêt que l'on exprimera en fonction de ω_0 et de τ'_{em} et que l'on calculera. Caractériser le fonctionnement de la machine à courant continu pendant cette phase.

c) On impose une intensité de valeur absolue $I_{\max}$ dans le moteur dans un sens tel que la vitesse du mobile décroisse, cette valeur étant maintenue jusqu'à l'arrêt. On néglige les frottements fluides. Dans ces conditions, déterminer l'instant t_1 , où la vitesse s'annule, le nouvel angle d'arrêt θ_0 et la nouvelle trajectoire de phase.

d) Commenter brièvement l'efficacité de ces trois méthodes de ralentissement.

10. Freinage d'un moteur à courant continu : corrigé

Dans cet exercice l'inductance du moteur est négligée.

a) Pour $i(t) = 0$, on a $J.d\omega/dt = -\alpha\omega(t)$ (1)

Solution : $\omega(t) = \omega_0 \cdot \exp(-t/\tau_m)$ avec $\tau_m = J/\alpha$.

L'angle dont a tourné le moteur est donc par intégration :

$$\theta(t) = \omega_0 \cdot \tau_m \cdot (1 - \exp(-t/\tau_m)), \text{ en supposant } \theta(0) = 0.$$

L'arrêt du moteur se produit théoriquement pour t infini ; le nombre de tours est donc $N = \omega_0 \cdot \tau_m / 2\pi$.

On a $\theta(t) = \omega_0 \cdot \tau_m \cdot (1 - \omega(t)/\omega_0)$; la trajectoire de phase est donc une droite.

b) $U = R.i(t) + \Phi.\omega(t)$, soit à $t = 0$ et pour $U = 0$: $i(0) = -\Phi.\omega_0/R$.

Le théorème du moment cinétique s'écrit : $J.d\omega/dt = \Phi.i(t) - \alpha\omega(t) = -\Phi^2\omega(t)/R - \alpha.\omega(t)$

La nouvelle constante de temps est donc : $1/\tau'_m = \alpha/J + \Phi^2/JR$.

La solution est donc strictement identique au premier cas en remplaçant τ_m par τ'_m .

Le nombre de tours réalisé avant l'arrêt est cette fois : $N' = \omega_0 \cdot \tau'_m / 2\pi < N$.

Pendant cette phase, le courant est négatif ; la machine se comporte en génératrice.

c) On doit avoir $i(t) < 0$.

Le théorème du moment cinétique s'écrit donc : $J.d\omega/dt = -\Phi.I_{\max}$

Solution : $\omega(t) = \omega_0 - \Phi.I_{\max}.t/J$

Le temps d'arrêt est donc $t_1 = J.\omega_0/\Phi.I_{\max}$.

L'angle dont a tourné le moteur est donc par intégration :

$$\theta(t) = \omega_0 \cdot t - \Phi.I_{\max}.t^2/2J \text{ en supposant } \theta(0) = 0.$$

Le nouvel angle d'arrêt est donc : $\theta_0 = J.\omega_0^2/2\Phi.I_{\max}$.

La trajectoire de phase est une parabole.