RAYONNEMENT –EXERCICES

1. Température du Soleil :

On admet que le Soleil est un corps noir dont on veut estimer la température T_S.
On note R_S le rayon du Soleil, R le rayon de la Terre, d la distance Terre-Soleil et T =300 K la température de la surface terrestre.
On ne considère pas l'effet de l'atmosphère.
a) Exprimer la puissance reçue par la Terre de la part du Soleil.
b) En écrivant l'équilibre thermique de la Terre, en déduire une équation liant T, T_s, d et R_S.
c) Le Soleil est vu de la terre sous un angle $\alpha = 10^{-2}$ rad. En déduire la température de surface du Soleil.
Réponse : T_S = 6000 K.

Température du Soleil : corrigé :

a) La puissance émise par le Soleil est $P = \sigma.4.\pi.R_s^2.T_s^4$
La puissance reçue par la terre vaut :

$$P_{reçue} = P.\frac{\pi R_T^2}{4\pi d^2}$$

b) L'équilibre radiatif de la Terre (on considère ici un albédo nul) s'écrit :

$$P_{reçue} = \sigma.4.\pi.R_T^2.T^4$$

$$\Leftrightarrow T^4 = T_s^4\frac{R_s^2}{4d^2}$$

c) On a :

$$\alpha \approx \tan\alpha = 2R_s/d.$$

On calcule alors :$T_s = 20.T = 6000$ K.

2. Puissance reçue par la Terre :

On donne : température du Soleil $T_S = 5800$ K.
Rayon du soleil : $R_S = 7{,}0.10^5$ km ; rayon de la Terre $R_T = 6400$ km.
Distance Terre-Soleil $d_{TS} = 1{,}5.10^8$ km.
a) Exprimer la puissance totale rayonnée par le Soleil.
b) En déduire la puissance totale reçue par la Terre en faisant une approximation.
c) En déduire que la puissance surfacique moyenne reçue sur Terre vaut $P_{surf} = 350$ W.m^{-2}.

Puissance reçue par la Terre : corrigé :

a) $P = \sigma.S.T^4 = 4{,}0.10^{26}$ W.
b) La puissance reçue par un disque de rayon R_T situé à d_{TS} est :

$$P_{reçue} = P.\frac{\pi R_T^2}{4\pi d_{TS}^2} = 1{,}8.10^{17}\ W$$

c) La puissance moyenne par unité de surface est :

$$P_{surf} = \frac{P_{reçue}}{4\pi R_T^2} = 350\ W.m^{-2}$$

3. Effet de serre :

La puissance surfacique moyenne reçue du Soleil vaut $P_{surf} = 350$ W.m^{-2}.
L'atmosphère et la Terre ont un albédo A = 0,3 : ils réfléchissent 30% de l'énergie incidente.
L'atmosphère émet un rayonnement infrarouge vers la Terre.
On suppose que l'atmosphère (température T_a) laisse intégralement passer 67% du rayonnement solaire, mais filtre totalement le rayonnement émis par la Terre (température T).
a) En se plaçant au-dessus de l'atmosphère, écrire pour le système Terre +atmosphère de température T_a, l'égalité entre la puissance solaire surfacique absorbée et la puissance surfacique rayonnée.

b) Comment s'écrit pour la Terre de température T le bilan radiatif exprimant l'égalité entre les puissances absorbées et rayonnée ? En déduire la température terrestre.

Effet de serre : corrigé :

a) $(1-A)P_{surf} = \sigma T_a^4$

b) $(1-A)P_{surf} + \sigma T^4 = \sigma T_a^4$ (l'atmosphère se comporte comme une vitre qui émet la puissance surfacique σT^4 sur chacune de ses faces).

c) On en déduit T = 304 K = 31,5°C.

4. Thermomètre au soleil (*) :

Un thermomètre est placé dans une pièce de température T = 27°C, derrière une vitre a travers laquelle il reçoit une fraction du rayonnement solaire caractérisé par un flux surfacique $\Phi = 100\ W.m^{-2}$.
En ne considérant que les transferts radiatifs, calculer la température T_1 affichée par le thermomètre.
Réponse : T = 42°C.

Thermomètre au soleil : corrigé :

Le problème est analogue à celui de l'effet de serre ; on écrit donc :

$$\Phi + \sigma T^4 = \sigma T_1^4 \text{ donne } T_1 = 315 \text{ K.}$$

5. Densité d'énergie volumique spectrale en fréquence (*) :

a) En écrivant que l'énergie volumique rayonnée dans un intervalle de longueurs d'onde $\Delta\lambda$ est égal à celle rayonnée dans l'intervalle de fréquence $\Delta\nu$ correspondant, montrer que la densité d'énergie volumique spectrale en fréquence $u_{v,\nu}$ est :

$$u_{v,\nu} = \frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1}$$

b) Tracer (machine) l'allure de $u_{v,\nu}$ pour une température T donnée. La fréquence ν_{max} pour laquelle la fonction est maximale vérifie-t-elle $\nu_{max} = c / \lambda_{max}$?

Densité d'énergie volumique spectrale en fréquence : corrigé

a) L'énergie volumique rayonnée dans un intervalle de longueurs d'onde $\Delta\lambda$ est :

$$u_{v,\lambda}.\Delta\lambda$$

L'énergie volumique rayonnée dans un intervalle de fréquence $\Delta\nu$ est :

$$u_{v,\nu}.\Delta\nu$$

On en déduit :

$$u_{v,\nu} = u_{v,\lambda}.\frac{\Delta\lambda}{\Delta\nu} = u_{v,\lambda}.\frac{c}{\nu^2}$$

qui donne bien la forme propsée.

b) L'allure de $u_{v,\nu}$ pour une température T donnée est similaire à celle de $u_{v,\lambda}$ (attention son unité est différente) .
La fréquence ν_{max} pour laquelle la fonction est maximale est telle que :

$$\frac{du_{v,\nu}}{d\nu} = 0$$

$$\Leftrightarrow x.e^x = 5(e^x - 1) avec\ x = \frac{h\nu}{k_B T}$$

Or la fréquence λ_{max} pour laquelle la fonction $u_{v,\lambda}$ est maximale est telle que :

$$\frac{du_{v,\lambda}}{d\nu} = 0$$

$$\Leftrightarrow x.e^x = 3(e^x - 1) avec\ x = \frac{h\nu}{k_B T}$$

Ces deux équations n'ayant pas la même solution, $\lambda_{max} \neq c/\nu_{max}$.