

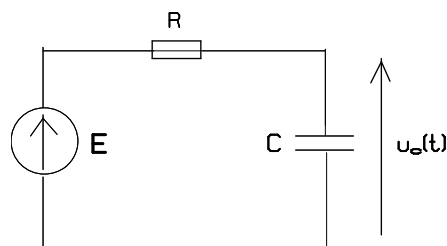
REPONSE INDICIELLE -EXERCICES

1. Circuit RC série :

On considère le circuit ci-contre, dans lequel le condensateur est initialement déchargé.

On soumet ce circuit à un échelon de tension d'amplitude E.

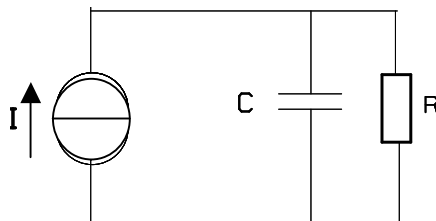
- Etablir l'équation différentielle donnant $u_c(t)$, tension aux bornes du condensateur, pour $t \geq 0$ et résoudre cette équation.
- Quelle est la forme du courant $i(t)$ dans le circuit ?
- Quelle est l'énergie fournie par le générateur au cours de la charge ? Quelle est l'énergie dissipée par effet Joule ? Quelle est l'énergie stockée dans le condensateur en fin de charge ? Quelle égalité énergétique peut-on écrire ?



2. Circuit RC parallèle :

On branche un circuit RC parallèle sur une source de courant parfaite générant un échelon de courant $i_g(t)$ d'amplitude I.

- Former l'équation différentielle vérifiée par $q(t)$, charge du condensateur.
- Donner les expressions de $q(t)$ et des trois courants circulant dans le circuit. Représenter ces trois courants.
- Faire un bilan de puissance.



3. Mesure d'une fréquence laser à l'aide d'un filtre optique (PT 97) :

Par un dispositif approprié, un filtre optique permet d'avoir une mesure de l'écart entre la fréquence d'émission f d'un laser et la fréquence de référence f_0 à laquelle on souhaite que le laser émette.

On s'intéresse à cet écart de fréquence $\Delta f(t) = f(t) - f_0$, lié à la longueur de la cavité laser. Le déplacement du miroir fermant la cavité est commandé par une tension $\Delta v(t)$.

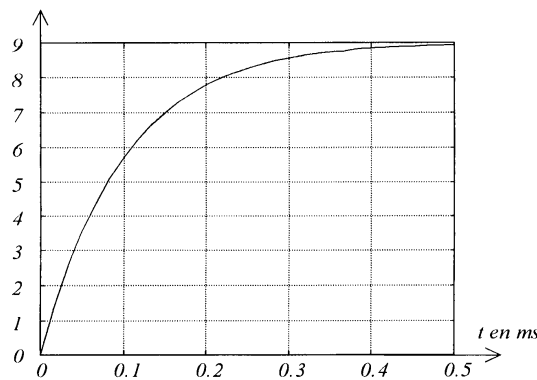
On suppose que le comportement du miroir peut être décrit par un système du premier ordre :

$$\Delta f(t) + \tau \Delta f(t) = A \Delta v(t)$$

On suppose que l'entrée $\Delta v(t)$ est constante pour $t \geq 0$ et égale à v_0 , les conditions initiales étant nulles et $\Delta f(t)$ continue.

- Expliciter la sortie $\Delta f(t)$ en fonction de v_0 , τ et A . Donner l'expression de la pente à l'origine et de $\Delta f(t)$ en régime permanent, noté Δ_0 . Préciser ensuite la valeur des rapports suivants : $\Delta f(\tau)/\Delta_0$, $\Delta f(3\tau)/\Delta_0$, $\Delta f(5\tau)/\Delta_0$.
- La figure ci-contre donne le relevé expérimental de $\Delta f(t)$ en MHz pour $v_0 = 0,1$ V. En déduire les valeurs numériques de τ et A .

Réponses : $\tau = 0,1 \mu s$; $A = 90 \text{ MHz} \cdot \text{V}^{-1}$.



4. Mesure des caractéristiques d'un haut-parleur (CCP PSI 05) :

On admet que l'équation différentielle satisfaite par l'élongation z de la membrane d'un haut-parleur s'écrit :

$$\frac{d^2 z(t)}{dt^2} + 2\alpha\omega_0 \frac{dz(t)}{dt} + \omega_0^2 z(t) = 0 \quad \text{avec } \alpha = f / (2m\omega_0) \text{ et } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

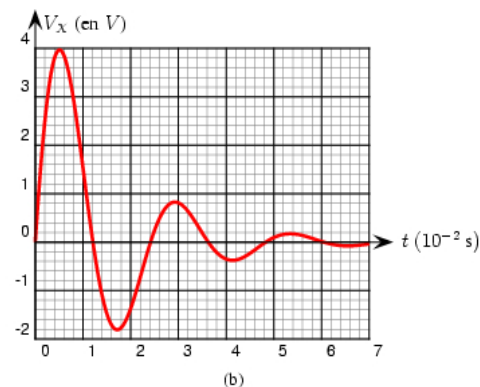
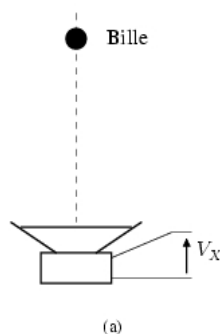
k étant une constante de raideur traduisant le rappel de la membrane par le bati, m la masse du haut-parleur et f un coefficient de frottement fluide.

On laisse tomber une bille sur la membrane et on enregistre la tension aux bornes du haut-parleur (non alimenté).

Les conditions du choc sont :

$$z(0) = 0 \text{ et } v(0) = v_0.$$

On considère que la tension $V_X(t)$ traduit fidèlement l'évolution de la vitesse $v(t)$.



a) Etablir l'équation différentielle en $v(t)$.

Sachant que cette équation a pour solution :

$v(t) = A \cdot \exp(-\alpha \omega_0 t) \cdot \cos(\omega_0' t + \varphi)$, exprimer :

- la pseudo pulsation ω_0' en fonction de ω_0 et α ;
- l'amplitude A en fonction de v_0 et φ ;
- le déphasage φ , en explicitant $\tan \varphi$ en fonction de α .

b) Soient v_1 et v_2 les deux premiers maxima consécutifs de la vitesse, que l'on suppose être distants d'une pseudo période T_0' . Montrer que $v_2 = v_1 \cdot \exp(-2\pi \tan \varphi)$

En déduire les valeurs numériques de α puis de ω_0 .

c) Sachant que $k = 510 \text{ N.m}^{-1}$ en déduire alors la masse m de l'équipage mobile et le coefficient de frottements fluides f .

Réponses : $m = 7 \text{ g}$; $\alpha = 0,25$.

5. Circuit RLC parallèle :

On considère un circuit RLC parallèle en régime libre.

a) Quelle est l'équation différentielle vérifiée par i_L , intensité circulant dans la bobine ?

b) On suppose le facteur de qualité $Q \gg 1$, et à $t = 0$, $i_L = 0$ et $u = E$. Calculer $i_L(t)$, $i_C(t)$ et $u(t)$.

Corrigé : circuit RLC parallèle :

$$a) i_C + i_R + i_L = 0 \quad (1)$$

$$i_C = C du/dt \quad (2)$$

$$u = L di_L/dt \quad (3)$$

$$u = R i_R \quad (4)$$

$$\text{On en déduit : } \frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{di_L(t)}{dt} + \frac{1}{LC} i_L(t) = 0$$

$$\text{Ou encore } \frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{di_L(t)}{dt} + \omega_0^2 i_L(t) = 0 : \text{ le facteur de qualité est donc } Q = R \sqrt{\frac{C}{L}} \text{ et la pulsation propre } \omega_0$$

$$= \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

c) Si $Q \gg 1$ la solution est pseudopériodique : $i_L(t) = \exp(-\omega_0 t / 2Q) (A \cos \Omega t + B \sin \Omega t)$

avec $\Omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$ A et B déterminées par les conditions initiales.

