

Corrigé : machine à trois sources (difficulté moyenne) :

a) Cette question a été corrigée ; on a $e_{\max} = T_{\text{froid}} / (T_{\text{chaud}} - T_{\text{froid}})$.

b) Premier principe : $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$;

Second principe : $Q_1/T_1 + Q_2/T_2 + Q_3/T_3 = 0$ car réversible.

On a naturellement $Q_3 > 0$, $Q_1 > 0$, donc $Q_2 < 0$.

Remarque : la source « tiède » est l'atmosphère.

c) L'efficacité est définie par $e = Q_3/Q_1$; on calcule $e = T_3 (T_2 - T_1) / [T_1 (T_2 - T_3)]$.

Corrigé : climatiseur (difficulté moyenne) :

La pièce constitue la (pseudo-)source froide, l'air extérieur la source chaude.

Le premier principe s'écrit :

$$\delta W + \delta Q_{\text{froid}} + \delta Q_{\text{chaud}} = 0 \text{ pour un cycle élémentaire}$$

avec $\delta W = P \cdot \delta t$ et $\delta Q_{\text{froid}} = -C \cdot dT_{\text{froid}}$.

Le second principe s'écrit :

$$\delta Q_{\text{froid}}/T_{\text{froid}} + \delta Q_{\text{chaud}}/T_0 = 0 \text{ car le cycle est réversible.}$$

Par élimination de δQ_{chaud} , on obtient l'équation différentielle :

$$P \cdot dt + C \cdot T_0 \cdot dT_{\text{froid}} / T_{\text{froid}} - C \cdot dT_{\text{froid}} = 0.$$

En intégrant entre $t=0$ et $t = \tau$, T_{froid} passant de T_0 à T_f , on obtient :

$$P \cdot \tau + C \cdot T_0 \cdot \ln(T_f/T_0) - C \cdot (T_f - T_0) = 0.$$

On calcule alors $C = P \cdot \tau / (- T_0 \cdot \ln(T_f/T_0) + T_f - T_0) = 4,27 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

Corrigé : machine à trois pseudo-sources (exercice difficile) :

1°) a) $e = -W/Q_{\text{chaud}} = 1 - T_{10}/T_{20}$.

b) $T_f = \sqrt{T_{10} \cdot T_{20}}$.

c) $W = C (2 \cdot T_f - T_{10} - T_{20})$.

2°) On considère le système { moteur + pompe à chaleur }, qui n'échange aucun travail avec le milieu extérieur. On suppose les deux machines réversibles.

Le premier principe s'écrit :

$$\delta Q_1 + \delta Q_2 + \delta Q_3 = 0 \text{ pour un cycle élémentaire}$$

avec $\delta Q_i = -C \cdot dT_i$.

Par intégration on en déduit $T_1 + T_2 + T_3 = \text{cte} = T_{10} + T_{20} + T_{30} = 600 \text{ K}$ (1)

Le second principe s'écrit :

$$\delta Q_1/T_1 + \delta Q_2/T_2 + \delta Q_3/T_3 = 0 \text{ car le cycle est réversible.}$$

Par intégration, on en déduit : $T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 = \text{cte} = T_{10} \cdot T_{20} \cdot T_{30} = 6 \cdot 10^6 \text{ K}^3$ (2)

La source T_3 joue le rôle de source chaude pour la pompe à chaleur ; elle augmente.

La source T_2 joue le rôle de source chaude pour le moteur ; elle diminue.

Le moteur (et par conséquent la pompe à chaleur) s'arrêtera donc lorsque $T_1 = T_2$. (3)

La résolution du système des 3 équations donne : $T_{1f} = T_{2f} = 135 \text{ K}$; $T_{3f} = 330 \text{ K}$.