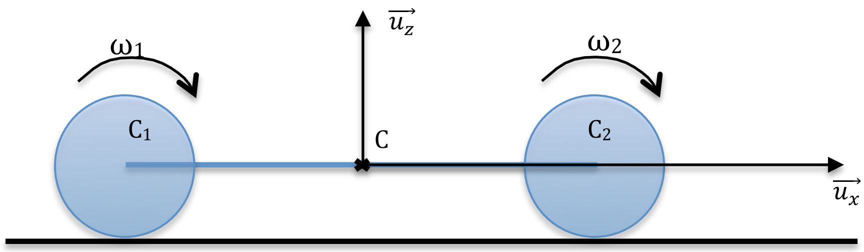
Chapitre 3 : Fonctionnement d'un véhicule à roues

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.3 Approche descriptive du fonctionnement d'un véhicule à roues.	
Mouvement rectiligne uniforme d'un véhicule à roues dans un référentiel galiléen en l'absence de glissement : a) véhicule tracté par une force extérieure **F** b) véhicule muni de roues motrices.	Exprimer la condition de non-glissement des roues. Appliquer la loi de la quantité de mouvement et la loi de l'énergie cinétique au véhicule. Appliquer la loi du moment cinétique aux roues dans le référentiel du véhicule. Expliquer qualitativement les rôles respectifs du moteur et des actions de contact exercées par la route selon qu'on envisage un bilan énergétique global ou un bilan de quantité de mouvement global.

Problématique : quelle force est nécessaire pour maintenir un mouvement uniforme ?

1. Véhicule tracté par une force extérieure F :

1.1. Modélisation :



Nous nous intéressons au déplacement d'un chariot à roues modélisé par une barre C_1C_2 de centre C et de masse M, parallèle à $\vec{u_x}$, munie de deux roues de masse m et de rayon R articulées par des liaisons pivots parfaites d'axes C_1y et C_2y.
La barre est en translation rectiligne uniforme à vitesse

$$\vec{V} = V.\vec{u_x}$$

dans le référentiel terrestre (R_g) supposé galiléen, les roues se déplaçant sur une route horizontale naturellement fixe dans (R_g).

Le référentiel (R^*) = Cxyz lié à la barre est par construction en **translation rectiligne uniforme** par rapport au référentiel terrestre galiléen, donc :

Le référentiel R* lié au véhicule est galiléen.

Dans ce référentiel, la barre est fixe et les roues tournent avec les vitesses angulaires respectives ω_1 et ω_2 autour des axes fixes respectifs C_1y et C_2y.
On pose :

$$\vec{\omega_1} = \omega_1.\vec{u_y} \text{ et } \vec{\omega_2} = \omega_2.\vec{u_y}$$

1.2. Forces appliquées sur le système :

Pour faire avancer le véhicule, un opérateur doit exercer une force motrice :

$$\vec{F} = F_m.\overrightarrow{u_x}$$

Les frottements fluides exercés par l'air sur le véhicule exercent une force :

$$\overrightarrow{F_a} = -C\mu_a S V^2 \overrightarrow{u_x} = -F_a.\overrightarrow{u_x}$$

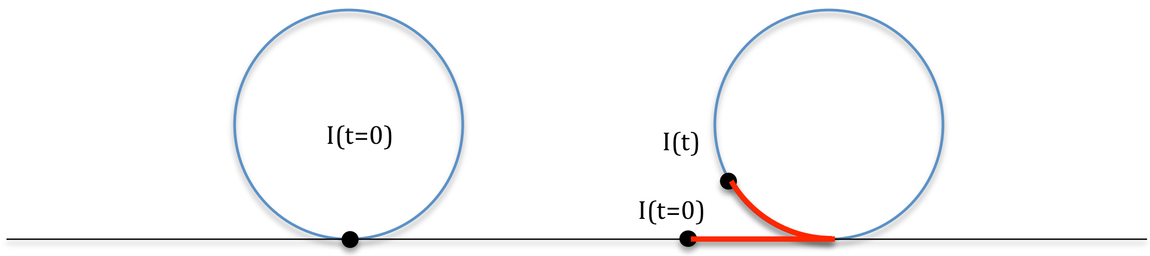
Le chariot est en outre soumis aux poids de résultante :

$$\vec{P} = (M + 2m)\vec{g}$$

Les actions de contact exercées par le sol sur les roues s'écrivent :

$$\overrightarrow{R_1} = T_1\overrightarrow{u_x} + N_1\overrightarrow{u_z} \quad et \quad \overrightarrow{R_2} = T_2\overrightarrow{u_x} + N_2\overrightarrow{u_z}$$

1.3. Condition de non glissement des roues :



Lorsque la roue 1 tourne d'un angle $d\theta = \omega_1.dt$, son centre avance de $dx = R.d\theta$. On a donc :

$$\mathbf{V = R\omega_1 \; ; \; V = R\omega_2}$$

Il résulte de ces relations que les vitesses angulaires ω_1 et ω_2 des roues sont constantes, puisque V est constante, et égales.

1.4. Force nécessaire pour un déplacement sans glissement :

Le référentiel R* est en translation rectiligne uniforme par rapport au référentiel galiléen (R_g) donc il est aussi galiléen.

a) Loi de la quantité de mouvement :

La loi de la quantité de mouvement appliquée au système complet dans le référentiel (R*) s'écrit donc en projection sur $\overrightarrow{u_x}$:

$$0 = T_1 + T_2 + F_m - F_a \; (1)$$

et en projection sur $\overrightarrow{u_z}$:

$$0 = N_1 + N_2 - (M + 2m)\, g \; (2)$$

a) Loi du moment cinétique (théorème du moment cinétique) :

Rappel : pour un solide autour d'un axe fixe :

$$\frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = \sum \overrightarrow{M_A}(\vec{F})$$

où A est un point de l'axe de rotation

En projection sur l'axe de rotation Δ :

$$\frac{d(I\omega)}{dt} = \sum \vec{M}.\vec{u}_\Delta = \sum M_\Delta$$

Dans le cas d'un pivot parfait, le moment des forces exercées par l'axe et projeté sur Δ est nul.

La loi du moment cinétique appliquée à chacune des deux roues dans le référentiel galiléen (R^*) s'écrit :

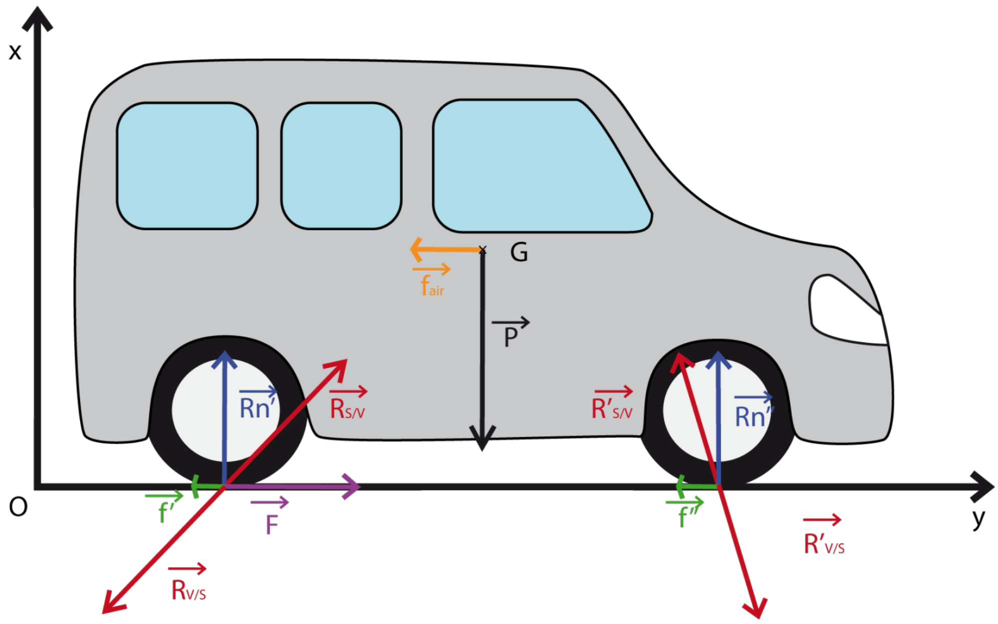
$$0 = -R\,T_1 \quad (3)$$

$$0 = -R\,T_2 \quad (4)$$

On déduit des relations (1), (3) et (4) :

$$\mathbf{F_m = F_a} \quad \mathbf{(5)}$$

2. Mouvement d'un véhicule à roues motorisé :



Un véhicule motorisé à roues se déplace grâce à l'action d'un moteur intérieur au système, ce qui peut sembler paradoxal puisque seules les forces extérieures à un système interviennent dans la loi de la quantité de mouvement. En revanche d'un point de vue énergétique, il n'y a aucun doute que c'est le moteur qui fournit de l'énergie.

2.1. Modèle :

On conserve le même modèle que dans le paragraphe précédent à ceci près que le véhicule n'est plus désormais mû par un opérateur extérieur mais par un moteur intérieur solidaire de la barre et qui exerce **sur la roue avant** un couple moteur $\Gamma_m \vec{u_y}$.

Par ailleurs on se place toujours dans le cas du non glissement des deux roues de telle sorte que leurs vitesses angulaires $\omega_1 = \omega_2 = V/R$ sont constantes.

2.2. Equations du mouvement :

La loi de la quantité de mouvement appliquée au véhicule complet s'écrit comme précédemment, car le couple moteur Γ_m n'intervient pas puisqu'il décrit des forces intérieures au système :

$$0 = T_1 + T_2 - F_a \quad (7)$$

$$0 = N_1 + N_2 - (M + 2m)\,g \quad (8)$$

La loi du moment cinétique appliquée à chacune des roues s'écrit comme précédemment avec comme seul élément nouveau la prise en compte du couple moteur dans l'équation du mouvement de la roue avant :

$$0 = -R\,T_1 \quad (9)$$
$$0 = \Gamma_m - R\,T_2 \quad (10)$$

2.3. Expression du couple moteur nécessaire :

Les relations (9) et (10) fournissent les expressions des actions de contact exercées par la route :

$$T_1 = 0 \text{ et } T_2 = \Gamma_m/R$$

Ainsi la roue arrière ne joue aucun rôle alors que la roue avant sert à transformer un couple moteur intérieur en force motrice extérieure. L'équation (7) fournit alors l'expression du couple moteur nécessaire :

$$\mathbf{\Gamma_m = RF_a}$$

Conclusion : d'un point de vue dynamique, ce sont les forces de frottements exercées par la route sur la roue motrice qui font avancer le véhicule.

2.4. Aspect énergétique (plus délicat) :

Rappel : le théorème de la puissance cinétique s'écrit pour un système de solides :

$$\frac{dE_c}{dt} = P_{ext} + P_{int}$$

Dans le référentiel (R_g) lié à la route, les mouvements de chacun des points du véhicule sont uniformes donc l'énergie cinétique du véhicule est indépendante du temps.

La loi de l'énergie cinétique appliquée au véhicule complet dans le référentiel (R) s'écrit alors :

$$P_{ext} + P_{int} = 0$$

La puissance exercée par les actions de contact $T_2\,\overrightarrow{u_x} + N_2\,\overrightarrow{u_z}$ appliquées au point I_2 de la roue avant vaut :

$$P_{sol\to 2} = (T_2\,\overrightarrow{u_x} + N_2\,\overrightarrow{u_z}).\vec{v}(I_2) = (T_2\,\overrightarrow{u_x} + N_2\,\overrightarrow{u_z}).\vec{0} = 0$$

On montre de manière analogue que la puissance des actions de contact sur la roue arrière est nulle de telle sorte que les actions de contact ne travaillent pas : d'un point de vue énergétique ce ne sont pas les actions exercées par la route qui sont responsables de l'entretien du mouvement du véhicule.

La puissance du poids est nulle car les déplacements sont horizontaux.

La puissance des forces intérieures P_{int} s'identifie à la puissance P_m du moteur.

La puissance de la résistance de l'air vaut :

$$P_a = (-F_a\overrightarrow{u_x}) \cdot (V\,\overrightarrow{u_x}) = -\,V\,F_a$$

La loi de l'énergie cinétique s'écrit donc :

$$\mathbf{P_m = V.\,F_a}$$

2.5. Ordres de grandeur :

La puissance d'un véhicule est exprimée en chevaux (ch) ;

Cette unité de mesure représente la puissance d'un cheval qui tire une force équivalente à 75 kg au pas (vitesse d'un mètre par seconde) ; on a donc l'équivalence :

1 ch = 736 W.

Une voiture moyenne développe une puissance de 150 ch.