

Chapitre 4 : INTERFEROMETRE DE MICHELSON

Dans le bloc 4, l'étude de l'interféromètre de Michelson en lame d'air permet de confronter théorie et expérience. En revanche, l'étude de l'interféromètre de Michelson en coin d'air est abordée de manière exclusivement expérimentale. Pour la modélisation d'un interféromètre de Michelson on suppose la séparatrice infiniment mince.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Exemple de dispositif interférentiel par division d'amplitude : interféromètre de Michelson	
<p>a) Interféromètre de Michelson équivalent à une lame d'air éclairée par une source spatialement étendue. Localisation (constatée) des franges. Franges d'égale inclinaison.</p>	<p>Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation. Établir et utiliser l'expression de l'ordre d'interférence en fonction de l'épaisseur de la lame, l'angle d'incidence et la longueur d'onde. Mesurer l'écart $\Delta\lambda$ d'un doublet et la longueur de cohérence d'une radiation. Interpréter les observations en lumière blanche.</p>
<p>b) Interféromètre de Michelson équivalent à un coin d'air éclairé par une source spatialement étendue. Localisation (constatée) des franges. Franges d'égale épaisseur.</p>	<p>Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation. Admettre et utiliser l'expression de la différence de marche en fonction de l'épaisseur pour exprimer l'ordre d'interférences. Analyser un objet (miroir déformé, lame de phase introduite sur un des trajets, etc...). Interpréter les observations en lumière blanche.</p>

Cet interféromètre, à division d'amplitude, a été inventé par Michelson et Morley en 1887, pour mettre en évidence un éventuel milieu appelé « éther » et par rapport auquel la lumière se propagerait à la célérité C .

L'expérience fut un échec, mais la théorie de la relativité d'Einstein, postulant l'invariance de la célérité de la lumière, en fit une réussite !

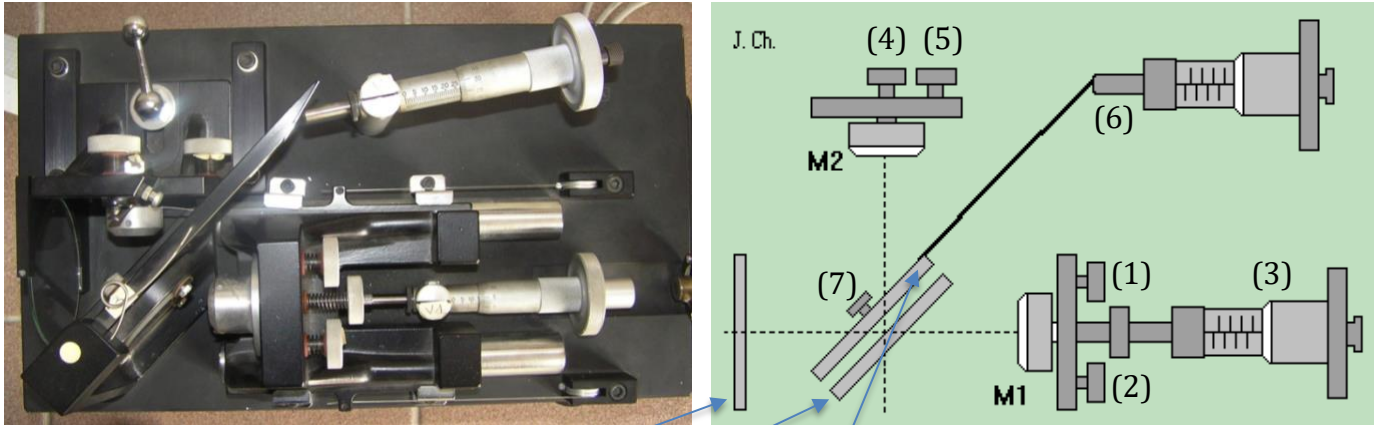
Cet interféromètre est encore très utilisé en métrologie.

On l'utilise actuellement pour détecter les ondes gravitationnelles (détecteur Virgo).

<http://anim.institutoptique.fr/Michelson/>

1. Description de l'interféromètre.

1.1. Interféromètre réel :



On distingue :

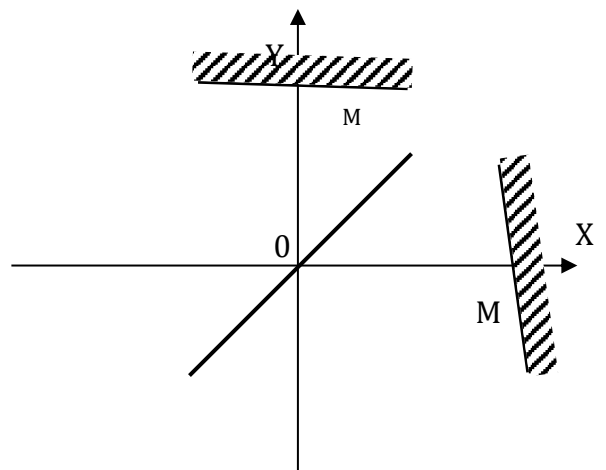
- * trois lames : **anticalorique**, **séparatrice (SP)** et **compensatrice (C)**, dont le rôle sera vu plus loin.
- * deux **miroirs plans** (M_1) et (M_2) ;
- * différentes vis de réglage :
 - (1) et (2) : vis de rotation rapide du miroir M_1 ;
 - (4) et (5) : vis de rotation lente du miroir M_2 , appuyant sur des languettes ;
 - (3) : **vis de chariotage** de (M_1) en translation suivant OX ;
 - (6) et (7) : réglage de la compensatrice.

1.2. Interféromètre modélisé :

L'interféromètre théorique est représenté ci-contre. Il est constitué de deux miroirs parfaitement réfléchissants (M_1) et (M_2) grossièrement perpendiculaires ; l'angle qu'ils forment est $\pi/2 + \alpha$ avec α de l'ordre de quelques minutes d'angles.

La région $X < 0$ est l'**entrée** de l'interféromètre ; on y place la source. La région $Y < 0$ est la **sortie** : on y observe les interférences.

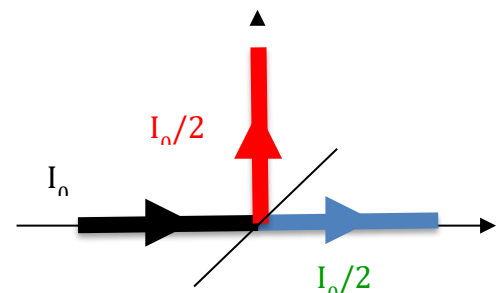
(M_1) est grossièrement perpendiculaire à OX et (M_2) à OY , à quelques minutes d'angle près.



1.3. lame semi-réfléchissante :

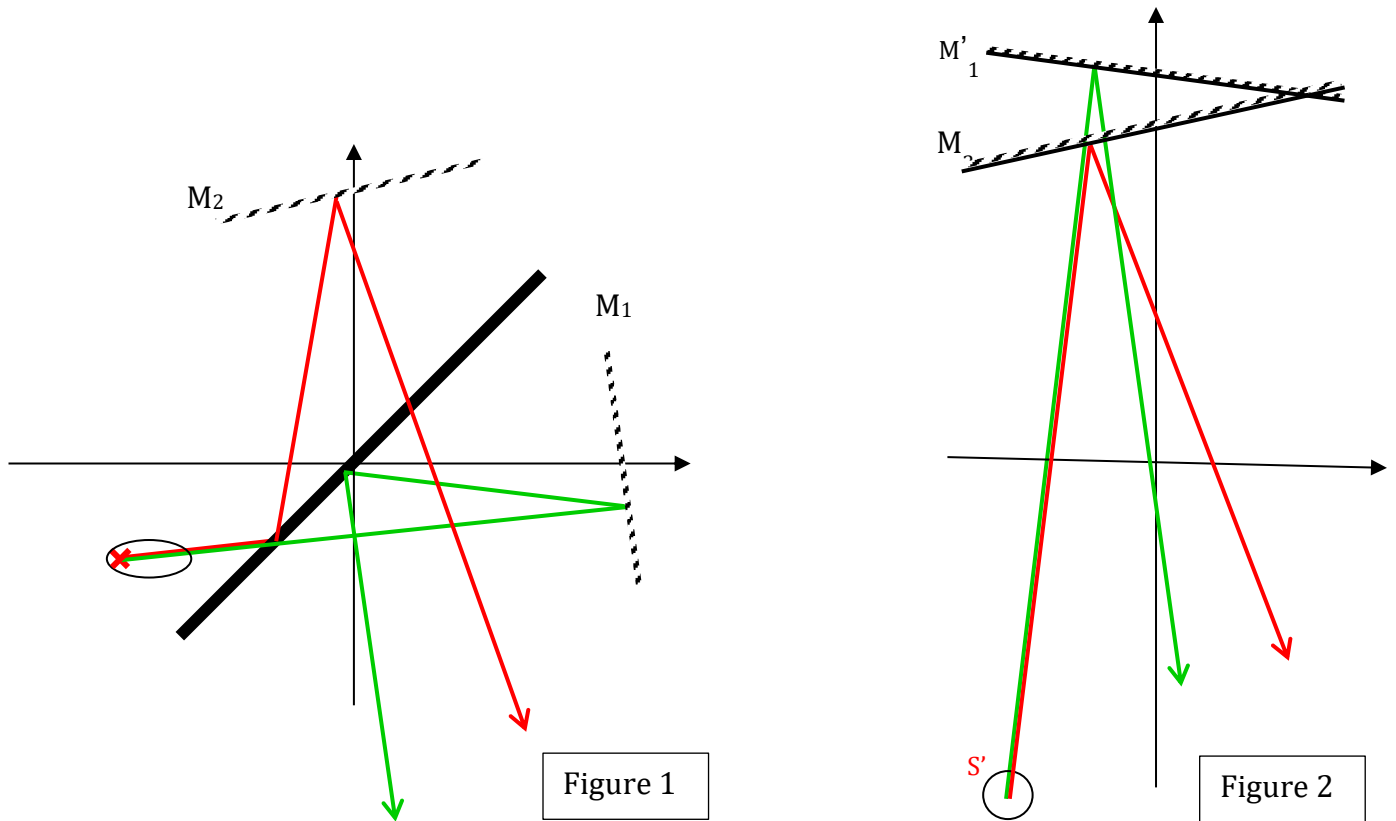
La séparatrice (SP) est une **lame semi-réfléchissante** assimilée à une surface plane sans épaisseur et placée à 45° : un rayon incident est divisé en deux rayons de **même amplitude** : l'un réfléchi et l'autre transmis : l'interféromètre de Michelson est dit à **division d'amplitude**.

En conséquence, les rayons émergeant en sortie de l'interféromètre ont **même intensité**.



Le tout baigne dans l'air d'indice pris égal à 1.

2. Equivalence Michelson théorique-lame d'air :



Dans le schéma de la figure 2, on a supprimé la séparatrice :

- S' est l'image de S à travers la séparatrice ;
- M'1 est l'image de S à travers la séparatrice.

Le Michelson théorique est équivalent à une lame d'air constituée des deux miroirs (M'1) virtuel et (M2) réel se coupant éventuellement à distance finie suivant une arête (A) en formant un angle α .

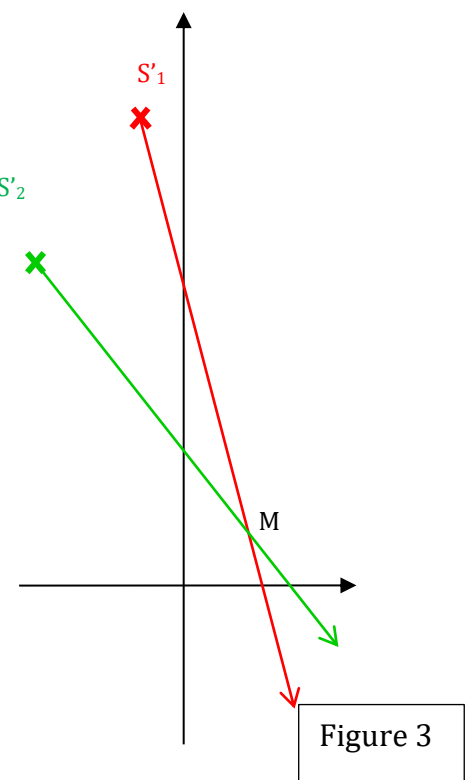
Dans le schéma de la figure 3, on a également supprimé les miroirs :

- S'1 est l'image de S' à travers le miroir M'1 ;
- S'2 est l'image de S' à travers le miroir M2.

Les rayons issus de S et interférant en M semblent provenir de S'1 et S'2 appelés **sources secondaires** ; on peut donc remplacer la totalité du Michelson théorique éclairé par la source ponctuelle S par les deux sources S'1 et S'2 émettant en phase, ie cohérentes.

Les symétries effectuées conservent le trajet optique, on a :

$$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (S'_2M) - (S'_1M)$$



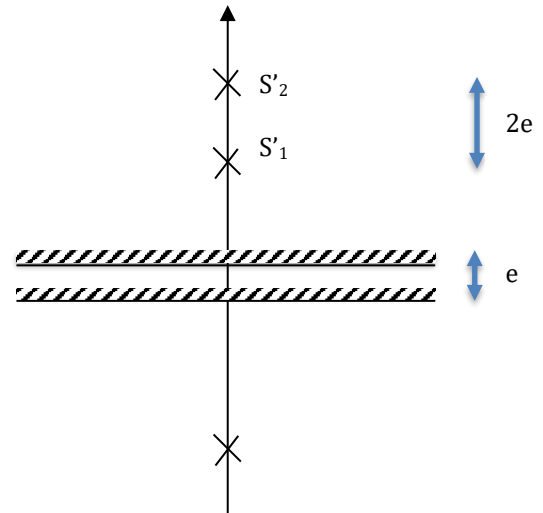
3. Utilisation de l'interféromètre en lame d'air à faces parallèles (ou « aux anneaux ») :

3.1. Position des sources secondaires :

Les miroirs M_1 et M_2 sont strictement perpendiculaires, les miroirs M'_1 et M_2 sont donc strictement parallèles et séparés par une distance e ; l'angle α est strictement nul : le Michelson est monté en **lame d'air à faces parallèles**.

Les sources S'_1 et S'_2 sont sur un axe perpendiculaire aux miroirs, distantes de $2e$.

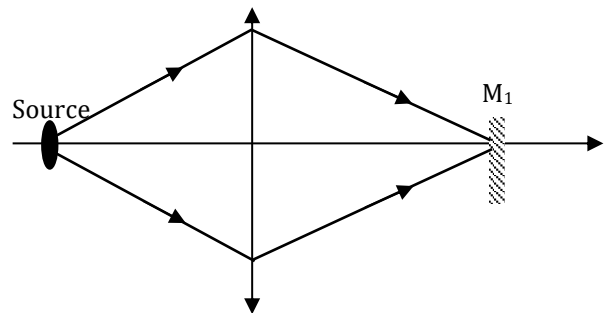
Le système possède une symétrie de révolution : on observe donc des **franges circulaires** en sortie d'interféromètre.



3.2. Conditions d'éclairage avec une source étendue :

Une **source étendue** est une source « large » ; on gagne naturellement en luminosité par rapport à une source ponctuelle.

Afin d'observer le maximum d'anneaux, il faut que le **faisceau** soit le plus **convergent** possible ; on utilise en entrée une lentille de courte focale ou un **condenseur**, afin de faire converger le faisceau sur le miroir M_2 .



3.3. Conditions d'observation avec une source étendue :

On constate expérimentalement qu'avec une source étendue, les franges sont brouillées si l'on observe à distance finie, car la source n'est plus assez cohérente spatialement.

Si l'on éloigne l'écran, les franges deviennent bien visibles ; on dit que les interférences sont **localisées à l'infini**.

On peut également utiliser une lentille convergente placée à une distance quelconque de la sortie de l'interféromètre, et l'on place un écran (ou un dépoli) pour observer les franges dans le plan focal image de cette lentille.

3.4 Différence de marche :

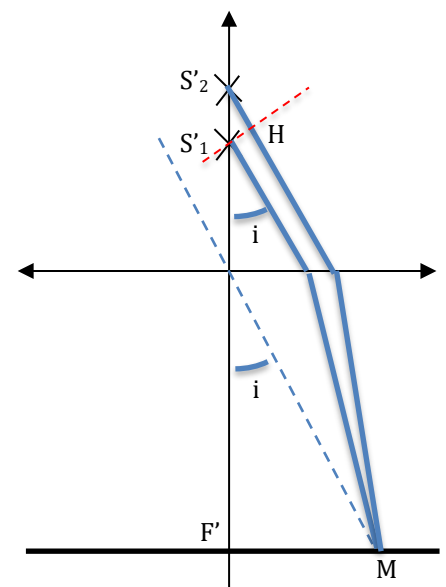
Les interférences étant localisées à l'infini, les rayons émis par les sources secondaires sont parallèles.

La trace du plan d'onde passant par S_2 coupe le rayon (1) en un point H ; on a donc :

La distance de S'_1 à S'_2 étant $2e$, on a :

$$\delta(M) = 2e \cos(i)$$

Tous les rayons tombant sur l'interféromètre avec la même incidence i vont donc donner la même différence de marche, et contribuer à la même frange.



Les franges sont circulaires, concentriques, **d'égale inclinaison**.

Remarque : au centre des anneaux, $i = 0$, donc **$\delta(F') = 2e$** .

3.4. Rayons des anneaux :

Supposons l'ordre au centre entier, soit p_0 :

$$\delta(0) = 2e = p_0 \lambda \quad (1)$$

L'ordre d'interférences du premier anneau brillant est :

$$p_1 = p_0 - 1.$$

L'ordre d'interférences du $k^{\text{ième}}$ anneau brillant est :

$$p_k = p_0 - k.$$

On a donc :

$$2e \cos i_k = p_k \lambda$$

avec i_k petit donc :

$$2e \left(1 - \frac{i_k^2}{2} \right) = p_k \lambda \quad (2)$$

(1) - (2) donne :

$$i_k^2 = \frac{p_k \lambda}{e}$$

Le rayon dans le plan focal est :

$$r_k = f' \tan i_k \approx f' i_k$$

soit

$$r_k = f' \sqrt{\frac{k \lambda}{e}}$$

Cette formule montre que si l'épaisseur optique diminue, les rayons des anneaux augmentent.

Remarque : si les anneaux sont observés sans lentille à grande distance D , la formule est identique, D remplaçant f' .

3.5. Cas particulier : contact optique :

Si (M_1) et (M_2) coïncident, c.à.d. $e = 0$; on dit qu'il y a **contact optique** entre les deux miroirs du Michelson ; l'ordre d'interférence est toujours nul ; on observe sur l'écran une teinte uniforme de la couleur de la source.

3.6. Mesure de l'écart $\Delta\lambda$ d'un doublet :

Exemple : doublet du Na : $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$; $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$
Supposées de même intensité

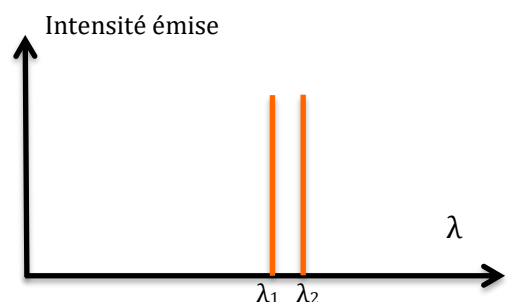
$$\Delta\lambda = 0,6 \text{ nm}$$

$$I_{\lambda_1}(M) = 2I_0 (1 + \cos(2\pi\delta(M)/\lambda_1)) = 2I_0 (1 + \cos(2\pi.p_1))$$

$$I_{\lambda_2}(M) = 2I_0 (1 + \cos(2\pi\delta(M)/\lambda_2)) = 2I_0 (1 + \cos(2\pi.p_2))$$

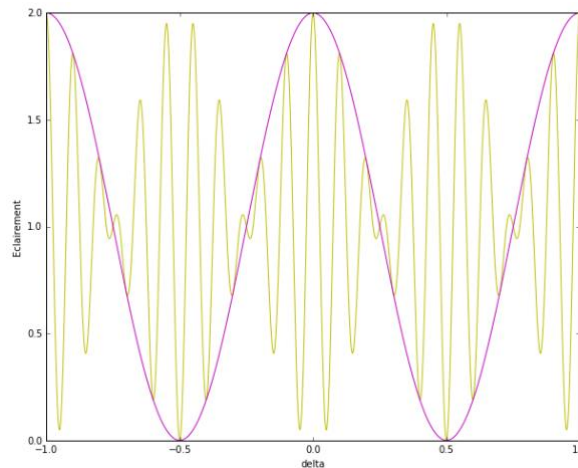
Première anti-coïncidence pour une différence de marche $\delta(M)$ telle que :

$$| p_2 - p_1 | = 1/2$$



$$\Leftrightarrow \delta(M) \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{2 \cdot \delta(M)}{\lambda_1 \lambda_2}$$

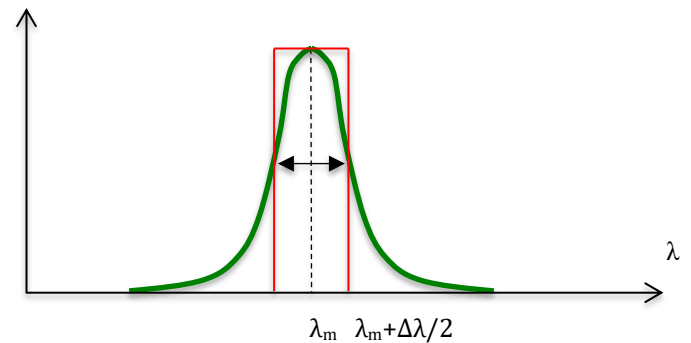


Remarque : en général, on observe au centre de la figure, on a alors $\delta(M) = 2.e$. Cette mesure sera faite en TP.

3.6 . Mesure de la longueur de cohérence d'une raie :

On modélise la largeur spectrale par deux longueurs d'onde : la longueur d'onde moyenne λ_m et la longueur d'onde extrême $\lambda_m + \Delta\lambda/2$. Ces deux longueurs d'onde sont incohérentes.

Exemple : Raie verte du Hg : $\lambda_m = 546 \text{ nm}$.
 $\Delta\lambda = \text{nm}$



L'intensité due à la longueur d'onde λ_m est :
 $I_{\lambda_m}(M) = 2I_0 (1 + \cos(2\pi\delta(M)/\lambda_m))$

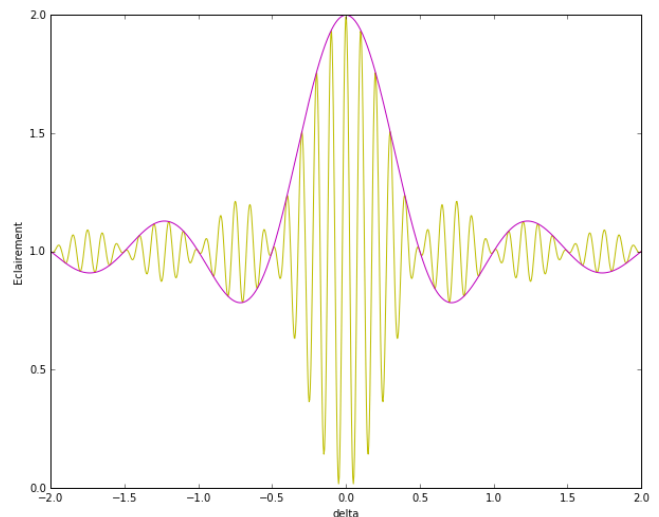
L'intensité due à la longueur d'onde $\lambda_m + \Delta\lambda/2$ est :

$$I_{\lambda_m + \Delta\lambda/2}(M) = 2I_0 (1 + \cos(2\pi\delta(M)/(\lambda_m + \Delta\lambda/2)))$$

Le brouillage des franges s'obtient pour :
 $\Delta p = 1/2$

$$\Leftrightarrow \delta_{max} \left(\frac{1}{\lambda_m} - \frac{1}{\lambda_m + \Delta\lambda/2} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\delta_{max} = L_c = \lambda_m^2 / \Delta\lambda$$



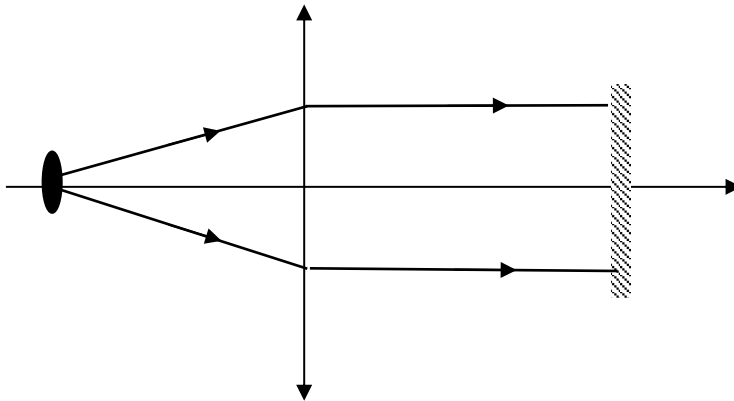
Remarque : le tracé ci-contre est le résultat d'une intégration (raie carrée), pas la somme des deux intensités ci-dessus.

4. Utilisation au coin d'air :

L'angle α est faible : les miroirs M_1 et M_2 forment un coin d'air d'arête (A), le Michelson est dit au **coin d'air** .

4.1. Conditions d'éclairage avec une source étendue :

L'interféromètre doit être éclairé avec un **faisceau parallèle** ; on place donc la source au foyer objet d'une lentille convergente (en pratique cette lentille fait partie de la lampe) ; cela peut se faire par autocollimation sur le miroir M_2 .

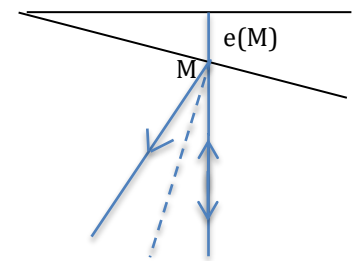


4.2. Conditions d'observation des franges :

On observe expérimentalement que les interférences ne sont plus observables qu'au voisinage du coin d'air : les interférences sont **localisées sur le coin d'air**.

Pour les observer sur un écran, on place en sortie une lentille convergente de focale f quelconque, dont la position doit être réglée de manière à former l'image du coin d'air sur l'écran.

Remarque : il faut que la distance coin-écran soit supérieure à $4f$.



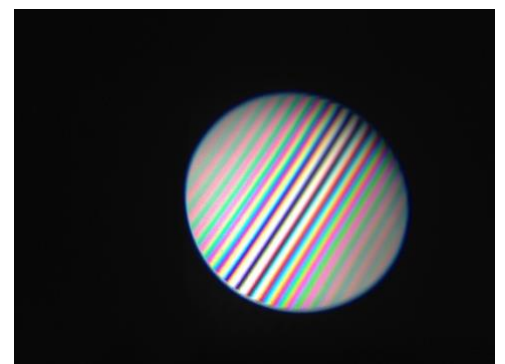
4.3. Différence de marche :

$\delta (M) = 2 e (M)$ où $e (M)$ est l'épaisseur locale du coin d'air.

Les franges sont donc **rectilignes, d'égale épaisseur**, parallèles à l'arête du coin d'air (intersection de M_1 et M_2).

En particulier, sur l'arête du coin d'air : $\delta = 0$ car $e = 0$.

Remarque : les franges ne sont visibles avec un bon contraste que dans les zones où $\delta (M)$ n'excède pas la longueur des trains d'onde émis par la source, soit $\delta (M) < L = c \tau$; cela confine les franges au voisinage de l'arête du coin d'air.



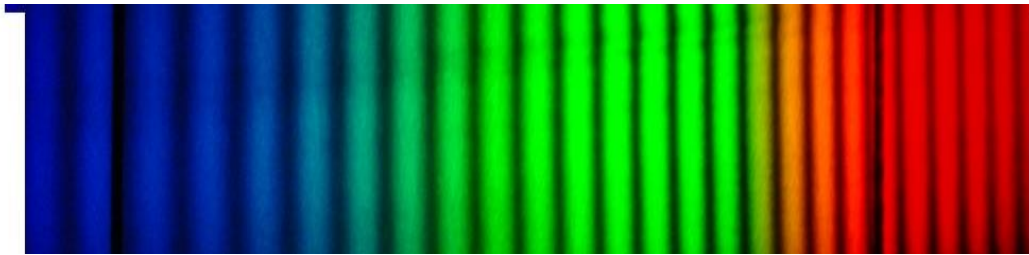
4.4. Observation en lumière blanche :

En lumière blanche, les différentes longueurs d'onde sont incohérentes et ajoutent leurs intensités. Sur l'arête du coin d'air, toutes les longueurs d'onde interfèrent constructivement : on observe donc une frange blanche, blanc identique à celui de la source.

La grande largeur spectrale (=faible cohérence temporelle) de la source ne permet que d'observer quelques franges de part et d'autre de la frange centrale.

Au-delà, le brouillage des franges donne une couleur blanche, mais différente de celle de la source, car des longueurs d'onde interfèrent destructivement : ce blanc est le **blanc d'ordre supérieur**.

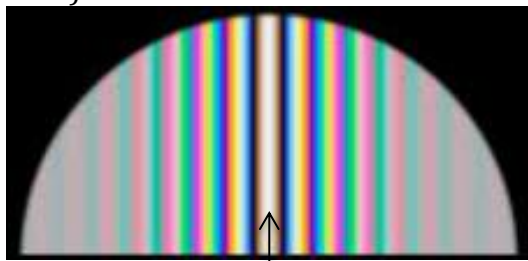
L'analyse spectrale du blanc d'ordre supérieur à l'aide d'un spectroscopie fait apparaître un **spectre cannelé**.



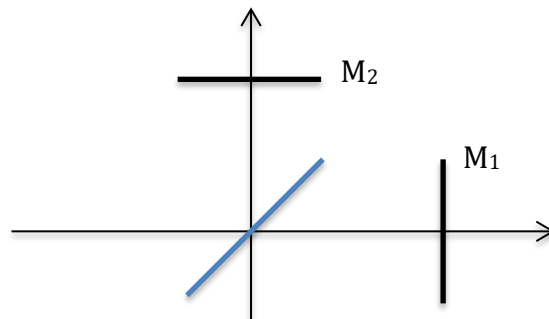
Son analyse sera faite en TP.

4.5. Mesure de l'épaisseur d'une lame mince (TP) :

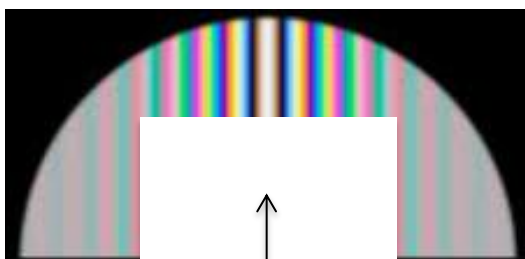
a) On observe les raies du coin d'air en lumière blanche en repérant la frange centrale.



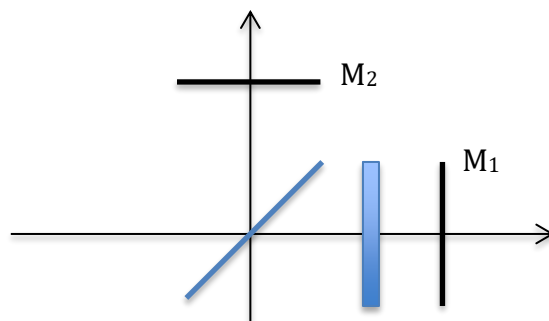
$$\delta = 2 \cdot e(M_0) = 0$$



b) On interpose la lame de verre sur une voie, elle introduit une grande différence de marche qui fait apparaître du blanc d'ordre supérieur.



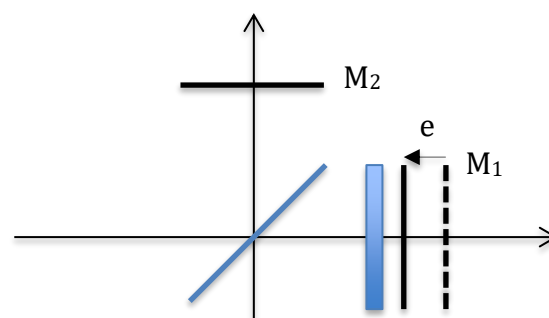
$$\delta = 2(n-1)d > L_c$$



c) On compense la différence de marche introduite par la lame en translatant le miroir M1.



$$\delta = 2(n-1)d - 2e = 0$$



5. Interféromètre réel : rôle de la compensatrice :

Dans l'interféromètre réel, la séparatrice a une épaisseur non-nulle, une de ses deux faces étant semi-réfléchissante.

Lorsque l'interféromètre est réglé au contact optique, la différence de marche n'est donc pas nulle, car l'un des rayons traverse la séparatrice trois fois, l'autre une seule fois.

Pour compenser cette différence de marche, on place strictement parallèlement à la séparatrice, une lame de même indice et de même épaisseur appelée compensatrice.