INTERFERENCES – EXERCICES

1. Trous d'Young

On considère une expérience de trous d'Young dans l'air ($n = 1$), dans laquelle une source ponctuelle et monochromatique S éclaire deux trous S1 et S2 très petits ; placés sur l'axe Oy.

S a pour coordonnées ($-D_S$, y_S, 0), S1 (0, $-a/2$, 0), S2 (0, $a/2$, 0) et M a pour coordonnées (D_M, y_M, 0).

On observe des franges dans le plan $x = D_M$, avec $D_M >> a$, y_M et $D_S >> a$, y_S.

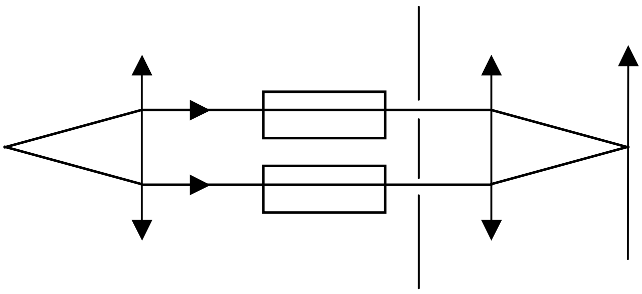
a) Faire un schéma du dispositif.

b) Calculer la différence de marche en M, l'éclairement puis l'interfrange i en fonction des données ; décrire les franges.

c) Calculer l'ordonnée y_o du point où l'ordre d'interférence est nul. Comment se déplacent les franges lorsque y_S augmente ?

d) Pour une valeur y_S positive, sur lequel des deux trous faut-il placer une lame d'épaisseur e et d'indice n pour avoir la frange d'ordre 0 en $y_M = 0$, et quelle doit être l'épaisseur e ?

2. Interféromètre de Rayleigh ; indice de l'air :



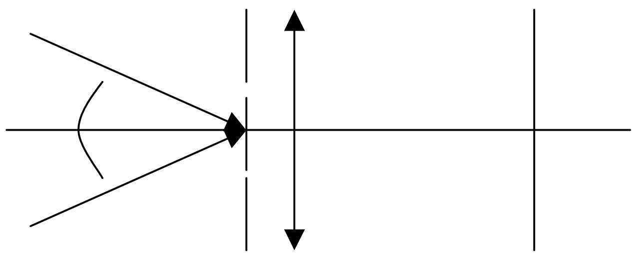
L'interféromètre de Rayleigh, dérivé du dispositif d'Young, est représenté ci-contre.
Lorsque les tubes T et T' sont remplis d'air dans les conditions normales, le montage est symétrique et l'on observe une frange brillante au centre I de l'écran.
La source S émet la radiation λ = 577 nm, la longueur commune des tubes est l = 0,2 m. T' étant toujours rempli d'air, on fait progressivement le vide dans T.

a) Dans quel sens défilent les franges en I ?

b) Pendant le pompage, 101 franges brillantes défilent en I et, lorsque la pression dans T est quasi-nulle, on observe en I une frange sombre. En déduire l'indice de l'air dans les conditions normales.

Réponse : $n = 1{,}000293$.

3. Interféromètre stellaire de Michelson et Fizeau.



On place devant l'objectif d'un téléscope de focale f' = 41,45 m, un écran percé de deux trous S1 et S2 distants de a. On est dans l'air (n=1).
On observe avec cet instrument une étoile double dont les composantes S1 et S2, de même intensité, émettent une vibration quasi-monochromatique de longueur d'onde λ = 550 nm. Le diamètre apparent de l'étoile double est θ. Les deux étoiles émettent de manière incohérente.

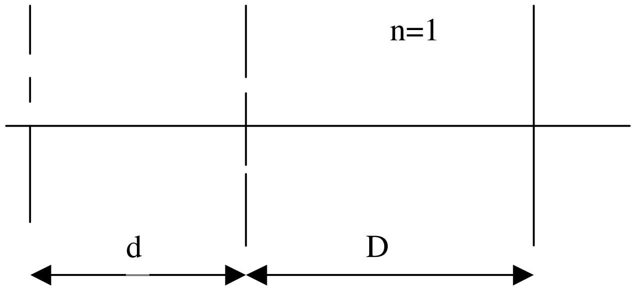
a) Quelle est l'intensité due à l'étoile S1 en un point M du plan focal du téléscope ? même question pour l'étoile S2. Quelle est l'intensité totale en M ?

b) On constate, en augmentant a à partir de zéro, que l'éclairement devient uniforme pour la valeur a1. Montrer qu'il est possible d'en déduire θ. Calculer sa valeur minimale, sachant que la distance a peut atteindre la valeur 6,1 m à l'aide d'un système à quatre miroirs.

Réponses : $I = 4I_0 \left(1 + \cos(\pi a\theta/\lambda).\cos(2\pi a x/\lambda f') \right)$; $\theta = 0{,}009''$.

4. Interférences dues à deux trous sources ; cohérence spatiale

On considère un dispositif de fentes d'Young sans lentille ; les deux fentes d'Young F1 et F2 sont distantes de a. Elles sont éclairées en lumière monochromatique par deux fentes source F et F' incohérentes et distantes de b, qui leur sont parallèles et qui sont situées dans un plan E à la distance d de celui des sources.



Un écran est placé à la distance D du plan des fentes , et l'on a D,d >> a .
Décrire les phénomènes observés et donner l'expression de l'éclairement sur l'écran si :

- seule la fente F éclaire ;
- seule la fente F' éclaire ;
- les deux fentes F et F' éclairent.

Dans ce dernier cas, à quelle condition sur b l'éclairement de l'écran est-il uniforme ?
AN : a = 2 mm ; d = 1,20 m ; λ = 600 nm ; D = 5m.

5. Cohérence spatiale :

On réalise une expérience d'interférences avec des trous d'Young. La source est une fente de largeur 2b dont l'axe est dans le plan médiateur des deux trous. Elle est située à la distance d du plan des deux trous distants de 2a.
On observe le phénomène sur un écran placé à la distance D du plan des trous.
La lumière, monochromatique, a pour longueur d'onde λ. Une largeur dy_S de la source émet l'intensité dI = $f_0^2\ dy_S$, et on suppose que les différents points de la source émettent de façon incohérente.

♋☽ Exprimer l'éclairement en tout point de l'écran.
♌☽ Quelle est la condition sur b pour que les franges soient visibles ?
♍☽ AN : d = 10 cm ; λ = 0,5 µm ; a = 1 mm.

6. Interférences dues à une goutte d'eau (CCP PC 05):

Il est possible dans un arc-en_ciel d'observer un phénomène d'interférences responsable d'arcs dits "surnuméraires". On considère (figure) un rayon incident sur une goutte d'eau, et le cas d'une seule réflexion partielle à l'intérieur de la goutte d'eau.

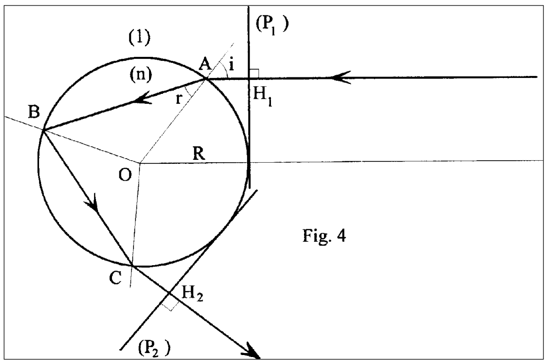
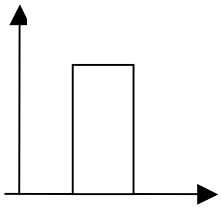


Fig. 4

a) Justifier que les plans (P_1) et (P_2) tangents à la sphère sont des plans d'onde.
b) Calculer le chemin optique entre ces deux plans en fonction de n , i , r et R.
c) On considère deux rayons incidents parallèles arrivant sur la goutte d'eau avec deux incidences caractérisées par les angles i_1 et i_2 . Montrer que, pour obtenir une même déviation D pour ces deux rayons, il faut que la différence des angles d'incidence $i_2 - i_1$ soit proportionnelle à la différence des angles de réfraction correspondants $r_2 - r_1$. Déterminer la constante de proportionnalité.
d) Quelle doit être la différence de marche entre ces deux rayons pour qu'ils donnent une interférence constructive ?
e) Dans le cadre d'une expérience ayant permis de visualiser la frange d'interférences d'ordre 2, des calculs effectués à l'ordinateur ont donné i_2 = 67,98° et i_1 =50,13° avec une radiation rouge pour laquelle l'indice est égal à n = 1,3317. Vérifier la condition du (c).
f) Où est localisée cette frange pour un observateur du phénomène situé à grande distance ?
Sachant que la longueur d'onde utilisée est λ = 0,75 µm en déduire le diamètre d'une goutte d.
Réponses : [H_1H_2 -+ 2R (1 –cos(i)) ; R = 0,51 mm.

8. Trous d'Young en lumière presque monochromatique :



On réalise une expérience d'interférences lumineuses en utilisant une source qui possède une faible largeur spectrale.

La répartition de l'intensité émise en fonction du nombre d'onde $\sigma = 1/\lambda$ est représentée ci-contre. Dans un intervalle $d\sigma$ la source émet $dI = I0.\, d\sigma$ où I0 représente une densité spectrale d'intensité.

On posera $\sigma 2 - \sigma 1 = \Delta\sigma << \sigma_m$ avec $\sigma_m = (\sigma 2 + \sigma 1)/2$.

a) Quel est l'éclairement dE du à la bande de largeur $d\sigma$?

b) Déterminer l'éclairement du à $\Delta\sigma$ en fonction de δ, différence de marche , en tout point.

b) Pour quelles valeurs de δ les franges disparaissent-elles ?

Réponse : $E = f_0^2\, \Delta\sigma \left(1 + \dfrac{\sin(\pi\delta\Delta\sigma)}{\pi\delta\Delta\sigma}.\cos(2\pi\delta\sigma_m)\right)$; $\delta = k/\Delta\sigma$ *avec* $k \in Z^*$.

9.Battements optiques :

On réalise des interférences lumineuses non localisées avec une source qui émet, avec la même intensité, deux radiations de longueurs d'onde $\lambda_1 = 589{,}6$ nm et $\lambda_2 = 589{,}0$ nm. Ces deux radiations sont, naturellement, incohérentes. On notera δ la différence de marche entre les deux rayons en un point M de l'écran.

a) Exprimer l'intensité lumineuse en M en fonction de δ. On notera I_0 l'intensité maximale.

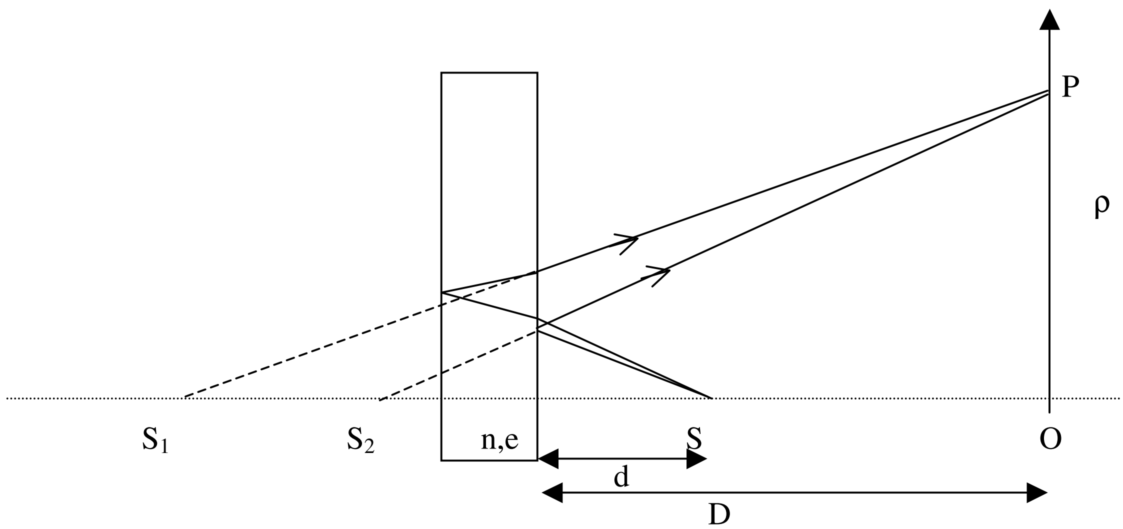
b) Représenter $I(\delta)$.

c) Quelle est la valeur de δ pour laquelle on observe la première disparition des franges ?

d) Que vaut le contraste ?

11. Franges de Pohl (CCP PC 04) :

L'utilisation d'une lame mince en verre ou en mica à faces parallèles d'indice n permet d'observer un phénomène d'interférences. La figure présente le dispositif expérimental pour une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde λ_0 dans le vide.



L'écran est situé à la distance D de la lame, la source S étant à la distance d (d << D) . Deux rayons issus de S interfèrent en P situé à la distance ρ de O. Le premier se réfléchit sur le face avant, ce qui ajoute un déphasage supplémentaire de π, le second sur la face arrière sans introduire de déphasage. Les points S_1 et S_2 sont les images de S.

a) Décrire la figure d'interférences observée à proximité de O.

b) Calculer le chemin optique $(SP)_1$ en fonction de d, D , ρ et $\lambda_0/2$. *Aide : on calculera* S_1S.

c) On donne $S_2O = D + d + 2e/n$. Calculer le chemin optique $(SP)_2$ en fonction de d, D , ρ, n et e .

d) En déduire que la différence de marche en P vaut $\delta = (SP)_2 - (SP)_1 = 2ne - \dfrac{\rho^2 e}{n(D+d)^2} - \lambda/2$.

e) En supposant que les deux rayons sont d'amplitude semblables, exprimer I, intensité lumineuse en P.

f) On réalise expérimentalement le dispositif avec $\lambda_0 = 0{,}58\ \mu$m, d = 25 cm, D = 1 m ; n = 1,617 et e = 13 μm. calculer l'ordre d'interférences p_0 au centre de l'écran et conclure.

g) On appelle p_1 l'ordre d'interférences du premier anneau brillant. Donner la valeur de p_1. En déduire la valeur de son rayon ρ_1 et le calculer.

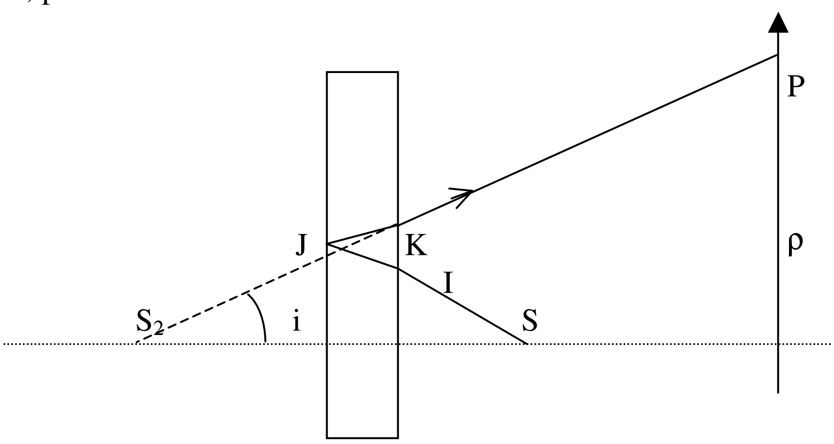
h) On considère le $m_{\text{ième}}$ anneau brillant d'ordre p_m et de rayon ρ_m. Exprimer ρ_m en fonction de ρ_1 et m.

Corrigé : franges de Pohl :

a) Par symétrie les franges sont circulaires, centrées sur l'axe perpendiculaire à la lame et passant par S.

b) On a simplement $S_1S = 2d$, d'où $(SP)_1 = \sqrt{(D+d)^2+\rho^2} - \lambda/2 = (D+d)\left(1 + \rho^2/2(D+d)^2\right) - \lambda/2$, le dernier terme étant du au déphasage à la réflexion.

c) On se place aux petits angles : $\sin i = i$; $\tan i = i$; $\cos i = 1 - i^2/2$.
L'infiniment petit d'ordre 1 est e/(D+d) ou ρ/(D+d).
La formule de conjugaison du dioptre plan s'écrit alors $O_1A'/O_1A = n'/n$, O étant l'intersection du dioptre avec l'axe optique.
Le premier dioptre donne de S une image S' par réfraction ; le second dioptre donne de S' une image S'' par réflexion ; le premier dioptre donne de S'' une image S''' par réfraction.
On en déduit après calculs : $S_2O = D + d + 2e/n$; posons $D' = D + d + 2e/n$.



On a $(SP)_2 = (SI) + (IJ) + (JK) + (KP)$.

$(SI) = d / \cos(i)$ avec $i = \tan(i) = \rho/D'$

$(KP) = D / \cos(i)$

d'où $(SI) + (KP) = (D+d) / \cos(i)$
$= (D+d) / (1 - i^2/2)$
$= (D+d)\left(1 + \rho^2/2D'^2\right)$.

$(IJ) = (JK) = n.e / \cos(r)$
$= ne / \sqrt{1-\sin^2(i)/n^2} = ne / \sqrt{1-i^2/n^2} = ne\left(1 + \rho^2/2n^2D'^2\right)$.

Un dernier développement limité fournit $(SP)_2 = (D+d)\left(1 + \dfrac{\rho^2}{2(D+d)^2} - \dfrac{2e\rho^2}{n(D+d)^3}\right) + 2ne\left(1 + \dfrac{\rho^2}{2n^2(D+d)^2}\right)$.

d) On calcule $\delta = (SP)_2 - (SP)_1 = 2ne - \dfrac{\rho^2 e}{n(D+d)^2} - \lambda/2$

e) $E(P) = 2E_0\left(1 + \cos(2\pi\delta/\lambda)\right)$.

f) $p_{centre} = 2ne/\lambda - ½ = 72{,}0$: le centre est clair.

g) $P_1 = 71$; $\dfrac{\rho_1^2 e}{n(D+d)^2} = \lambda$ donne $\rho_1 = 33{,}5$ cm !!! On n'est clairement plus dans une observation « au voisinage de O » !!

Si l'on translate la source parallèlement à l'écran le système se translate de la même distance sur l'écran.
Si l'on élargit la source, les franges se brouillent.
Pour observer le 5ème anneau, il faut que la largeur L de la source soit telle que $L < ½\,(\rho_6 - \rho_5) = 5{,}9$ cm.