

## CHAPITRE 5 : SUPERPOSITION DE N ONDES COHERENTES

<b>2. Superposition d'ondes lumineuses</b>	
Superposition de N ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles, de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique dans le cas $N \gg 1$ .	Utiliser un grapheur pour discuter l'influence de N sur la finesse sans calculer explicitement l'intensité sous forme compacte. Utiliser la construction de Fresnel pour établir la condition d'interférences constructives et la demi-largeur $2\pi/N$ des franges brillantes.
<b>3. Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young</b>	
Généralisation au montage de Fraunhofer : trous d'Young ; ensemble de N trous alignés équidistants.	Confronter ce modèle à l'étude expérimentale du réseau plan.

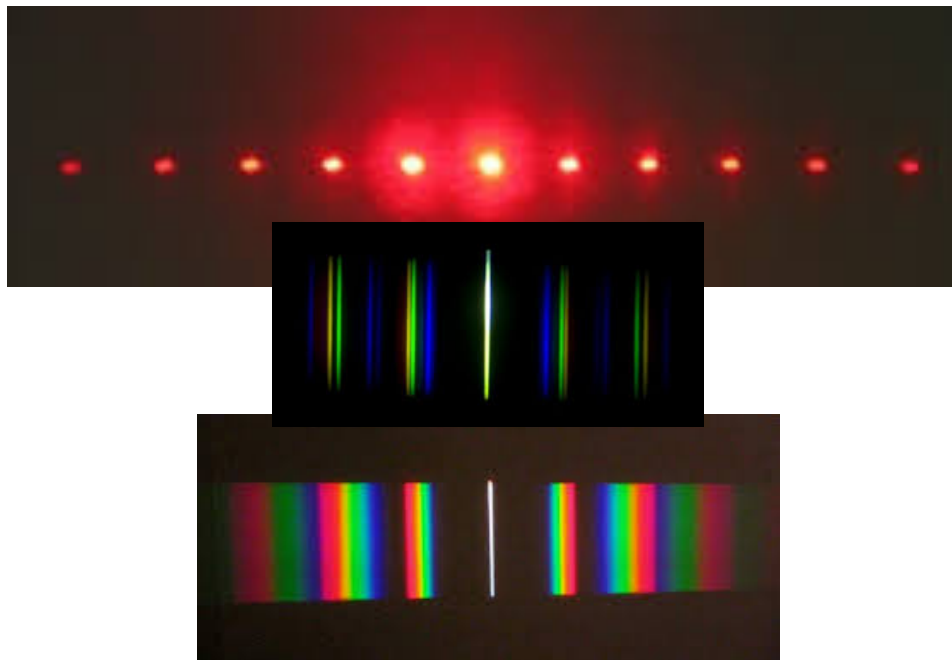
### 1. Expérience avec un réseau plan par transmission :

Un **réseau plan** est une structure diffractante périodique et plane ; en général un réseau est composé de traits équidistants, et peut être observé par transmission ou par réflexion.



Le réseau est caractérisé par son **pas a**, distance entre deux fentes consécutives.

Pour mettre évidence la diffraction par le réseau, on l'éclaire à l'aide d'une **onde plane**, et l'on observe « à l'infini » dans une direction  $\theta$ .

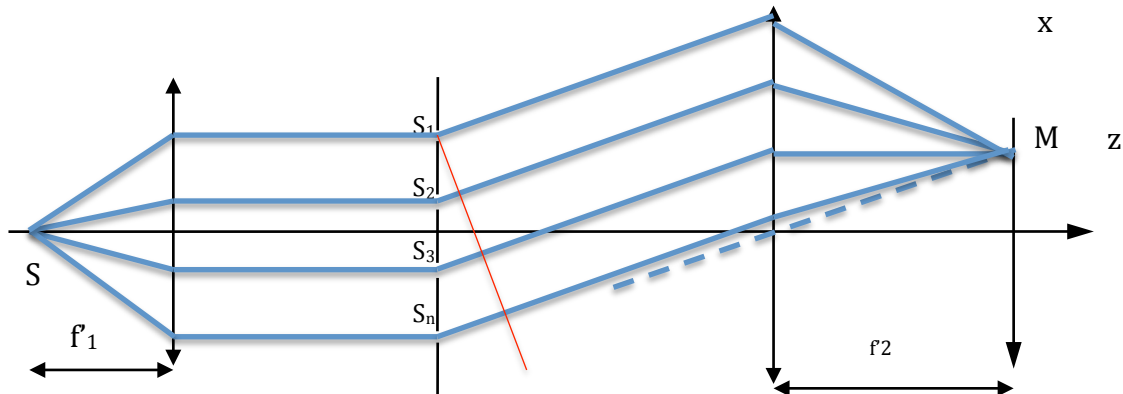


Spectres spatiaux observés en incidence normale avec :

- Un laser ;
- Une lampe à vapeur de mercure ;
- Une lampe blanche.

## 2. Modélisation par un ensemble de N trous alignés équidistants :

### 2.1. Incidence normale :



Le déphasage, dans une direction caractérisée par  $\theta$ , entre les rayons  $i+1$  et  $i$  vaut :

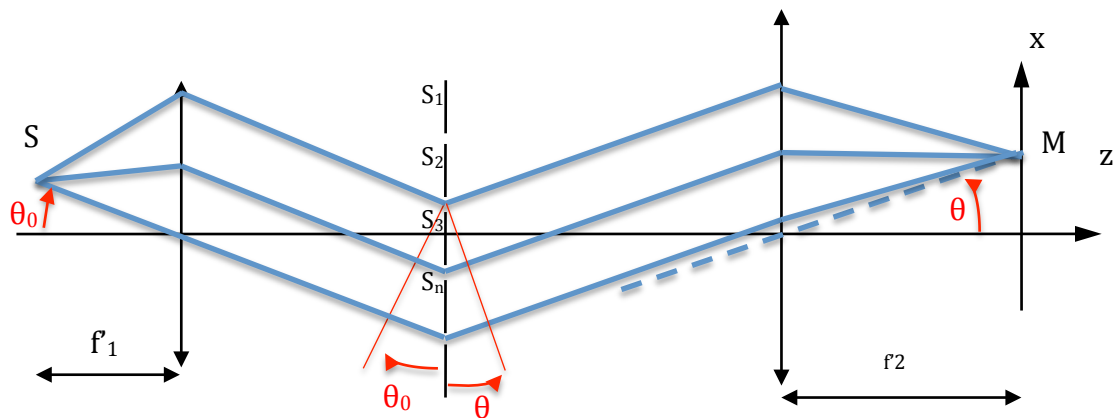
$$\varphi = \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot a}{\lambda} \sin(\theta)$$

Tous les rayons sont en phase ( interfèrent constructivement) si :

$$\varphi = 2 \cdot k \cdot \pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow n a \sin(\theta) = k \cdot \lambda$$

### 2.2. Incidence quelconque :



Le déphasage, dans une direction caractérisée par  $\theta$ , entre les rayons  $i+1$  et  $i$  vaut :

$$\varphi = \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot a}{\lambda} [\sin(\theta) - \sin(\theta_0)]$$

Tous les rayons sont en phase ( interfèrent constructivement) si :

$$\varphi = 2 \cdot k \cdot \pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow n a [\sin(\theta) - \sin(\theta_0)] = k \cdot \lambda \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

**Formule fondamentale des réseaux plans**

### 3. Diagramme de Fresnel :

Par un choix convenable de l'origine des temps, on peut écrire l'amplitude en M due au rayon 1 comme :

$$s_1(M,t) = a.\cos(\omega t) ; \underline{s}_1(M,t) = a.\exp(j\omega t)$$

Les amplitudes dues aux rayons émergent des trous 2 et suivants s'écrivent alors :

$$s_2(M,t) = a.\cos(\omega t - \varphi) ; \underline{s}_2(M,t) = a.\exp(j(\omega t - \varphi))$$

$$s_3(M,t) = a.\cos(\omega t - 2\varphi) ; \underline{s}_3(M,t) = a.\exp(j(\omega t - 2\varphi))$$

$$\dots\dots$$

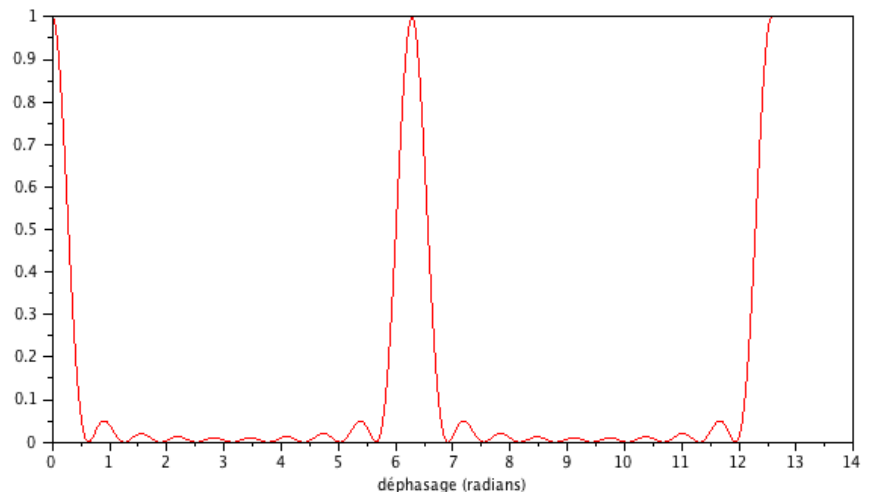
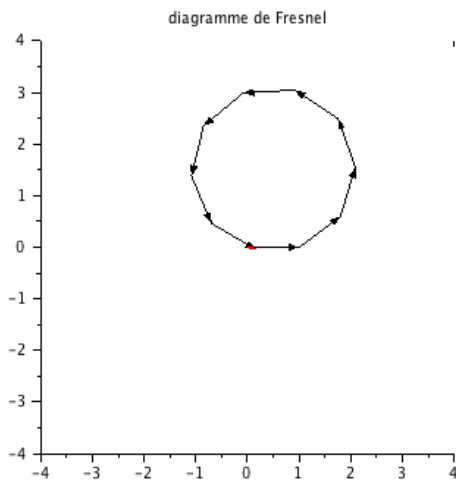
$$s_i(M,t) = a.\cos(\omega t - (i-1).\varphi) ; \underline{s}_i(M,t) = a.\exp(j(\omega t - (i-1).\varphi))$$

L'amplitude résultante est :

$$s(M,t) = a.\cos(\omega t) + a.\cos(\omega t - \varphi) + a.\cos(\omega t - 2\varphi) + \dots$$

$$s(M,t) = \sum_{i=1}^N s_i(M,t) ; \underline{s}(M,t) = \sum_{i=1}^N \underline{s}_i(M,t)$$

Cas N = 10.



On constate sur le diagramme de Fresnel que l'amplitude résultante passe par un maximum pour :  
 $\varphi = 2k\pi$  avec k entier.

La première annulation se produit pour

$$N\varphi = 2\pi$$

La largeur d'un maximum principal est donc :

$$\Delta\varphi = 4\pi/N$$

#### 4. Intensité :

On peut calculer ( hors programme) :

$$\begin{aligned}\underline{s}(M, t) &= \sum_{i=1}^N \underline{s}_i(M, t) = a \cdot e^{j\omega t} [1 + e^{-j\varphi} + e^{-j2\varphi} + \dots + e^{-j(N-1)\varphi}] \\ &= a \cdot e^{j\omega t} \frac{1 - e^{-jN\varphi}}{1 - e^{-j\varphi}}\end{aligned}$$

On en déduit l'intensité :

$$I(M) = \frac{1}{2} \langle \underline{s}(M, t) \cdot \underline{s}^*(M, t) \rangle = \frac{I_{max}}{N^2} \left[ \frac{\sin(N\varphi/2)}{\sin(\varphi/2)} \right]^2$$

Lorsque  $N \gg 1$ , les seuls maxima observables sont les maxima dits « principaux » correspondent au cas où :

$$\varphi = 2k\pi \text{ avec } k \text{ entier.}$$