

1. Bille dans un tube incliné :

On considère une bille B, de masse m , assimilée à un point matériel, soumise à la pesanteur et susceptible de se déplacer **sans frottements** à l'intérieur d'un tube cylindrique mince T, de longueur $2L$.

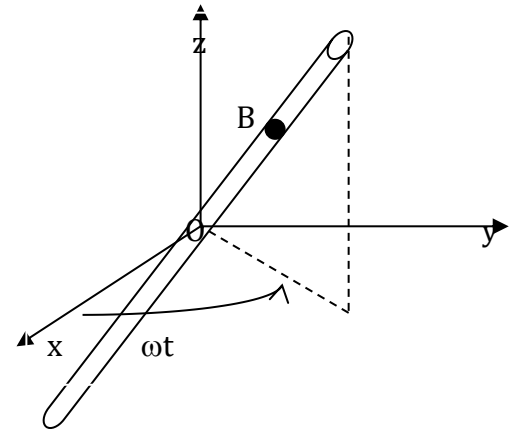
Le tube T est dans un plan vertical (O, x', z) du repère mobile $Ox'y'z$ orthonormé en rotation autour de l'axe Oz à la vitesse angulaire ω constante.

La position de T est repérée par l'angle θ **constant** que fait T avec l'axe Oz .

Le référentiel R lié à l'axe est galiléen.

On utilise pour traiter le problème les coordonnées sphériques (r, θ, φ) , les vecteurs de base associés étant \vec{u}_r , \vec{u}_θ , \vec{u}_φ .

- 1) Exprimer \vec{r} dans ce système de coordonnées.
- 2) Exprimer la vitesse relative et l'accélération relative de B.
- 3) Etablir une équation différentielle en r du mouvement de B.
- 4) On s'intéresse à l'équilibre de B par rapport au tube.
 - a) Que devient l'équation précédente ? En déduire r à l'équilibre.
 - b) AN : $\theta = 30^\circ$; $g = 10 \text{ m.s}^{-1}$; $L = 0,5 \text{ m}$; $\omega = 2 \text{ tours.s}^{-1}$. Un équilibre est-il possible ?



2. Bille sur une barre en rotation :

Une bille de masse m peut coulisser sans frottements sur une tige Ox' horizontale tournant avec la vitesse angulaire ω constante autour de l'axe Oz vertical. Cette bille est retenue par un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 , ce ressort étant selon l'axe Ox' .

- a) Ecrire l'équation du mouvement de la bille
- b) En déduire l'abscisse x' de la bille sur la barre lorsque la bille est à l'équilibre par rapport à la barre.

3. Enfant sur un manège :

On considère un enfant sur un manège tournant à vitesse angulaire $\omega > 0$ (sens direct) autour de l'axe fixe Oz .

L'enfant se déplace par rapport au manège sur un cercle de rayon R constant et d'axe Oz avec une vitesse $V > 0$ (sens direct).

Exprimer et représenter sur un même schéma les vecteurs rotation ; vitesse relative ; vitesse d'entraînement ; vitesse absolue ; force d'inertie d'entraînement ; force d'inertie de Coriolis.

4. Pendule conique :

On considère un pendule conique, constitué d'un pendule de longueur L et masse m , tournant autour d'un axe Oz à vitesse angulaire $\vec{\omega} = \omega \cdot \vec{u}_z$ avec $\omega = \text{cte}$.

On s'intéresse à l'équilibre relatif du pendule : l'angle α est constant.

Le référentiel lié au sol est galiléen.

Le référentiel relatif est en rotation à $\vec{\omega}$ par rapport à R .

1) Quelle est la vitesse relative du pendule ? Quelle est l'accélération relative ?

2) Dessiner puis écrire l'expression de la vitesse d'entraînement en fonction de L , α , θ leurs éventuelles dérivées, et un vecteur unitaire.

3) Dessiner puis écrire l'expression de la force d'inertie d'entraînement, dans le repère $O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z$.

4) Quelles autres forces interviennent dans le référentiel R' ? Les dessiner et donner leurs expressions.

5) Trouver une équation donnant $\cos\alpha$ en fonction de L , ω et g .

