

INTERFEROMETRE DE MICHELSON EN LAME D'AIR – EXERCICES

1. Rayons des anneaux :

On considère un interféromètre de Michelson réglé au contact optique et éclairé avec une radiation de longueur d'onde $\lambda = 546,1 \text{ nm}$ dans le vide.

A partir de cette situation on déplace M_1 parallèlement à son plan de $1,1 \text{ mm}$.

- Quelle est l'allure de la figure d'interférences ? Quel est l'ordre d'interférences au centre de la figure ? Quel est l'ordre d'interférences du premier anneau brillant ?
- On place en sortie une lentille de focale $f = 1,0 \text{ m}$. Calculer les rayons des deux premiers anneaux brillants.
- On observe les anneaux sur un écran placé à $2,0 \text{ m}$ de la séparatrice. Comment sont modifiés les rayons des anneaux ?

2. Mesure de l'épaisseur d'une lame mince :

On considère un interféromètre de Michelson réglé au contact optique et éclairé avec une radiation de longueur d'onde $\lambda = 546,1 \text{ nm}$ dans le vide.

On place devant l'un des miroirs une lame d'épaisseur $e' = 9,5 \mu\text{m}$ et d'indice $n = 1,517$.

- Calculer la variation de l'ordre d'interférence au centre de la figure d'interférences.
- Qu'observe-t-on sur l'écran ?

3. Nombre d'anneaux observables :

On éclaire un interféromètre de Michelson monté en lame d'air d'épaisseur e et éclairé avec une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 546 \text{ nm}$.

La lentille placée à l'entrée de l'interféromètre est placée à 15 cm des miroirs ; son diamètre est de 6 cm .

Partant du contact optique, on fait défiler 1000 anneaux au centre.

- Quelle est l'épaisseur de la lame d'air équivalente ?
- Combien d'anneaux clairs peut-on observer sur l'écran, au maximum ?

Réponses : 20 anneaux.

4. Mesure au Michelson :

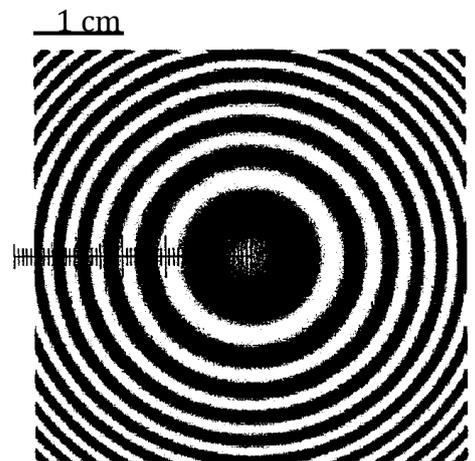
Un interféromètre de Michelson réglé aux anneaux est éclairé avec une source étendue de longueur d'onde $\lambda = 589 \text{ nm}$.

On observe la figure ci-dessous au foyer d'une lentille de distance focale $f = 0,5 \text{ m}$.

On considère que l'ordre au centre est $p_0 + \varepsilon$, avec $0 < \varepsilon \leq 1$.

- Déterminer la loi donnant le rayon des anneaux brillants.
- Déduire de la figure l'épaisseur e de la lame d'air équivalente au Michelson. Que vaut l'ordre d'interférences au centre ?

Réponse : $0,53 \text{ mm}$; $p = 1811,6$.



5. Résolution de problème : étude du doublet du sodium à l'interféromètre de Michelson :

On éclaire un interféromètre de Michelson réglé aux anneaux avec une lampe à vapeur de sodium, émettant deux raies jaunes, de longueurs d'ondes proches et voisines de $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$.

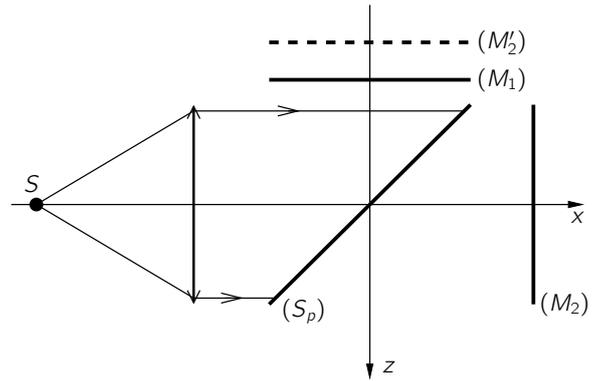
On constate qu'un déplacement du miroir mobile de $0,15 \text{ mm}$ à partir du contact optique donne sur l'écran un éclairage uniforme au voisinage du centre.

Si l'on continue à déplacer le miroir M_1 , les anneaux redeviennent visibles, puis l'éclairage redevient uniforme, et ce périodiquement.

En déduire l'écart en longueurs d'onde du doublet.

6. Défaut de planéité d'un miroir de l'interféromètre de Michelson (d'après Banque PT 2011) :

On considère un interféromètre de Michelson dont le schéma simplifié est donné ci-contre. On admettra que l'ensemble constitué par la séparatrice et la compensatrice se comporte comme une lame séparatrice idéale sans absorption et d'épaisseur nulle, notée S_p . La source S , peu étendue, est monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$. Elle est placée dans le plan focal objet d'une lentille convergente de telle sorte que le miroir (M_2) est éclairé sur toute sa surface sous une incidence quasi-normale. On recueille les faisceaux émergents sur un écran plan parallèle au miroir (M_1) . On notera E_0 l'éclairement maximal de la figure.

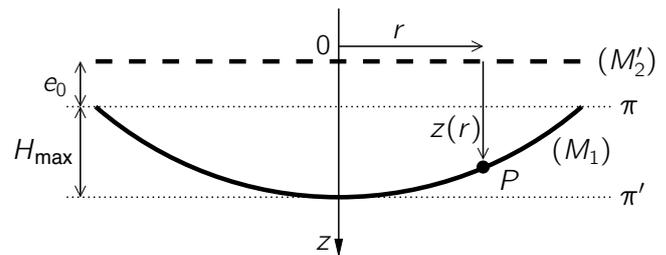


Initialement l'interféromètre est réglé en « lame d'air ». (M_1) est parallèle à Ox et (M_2) est parallèle à Oz . Soit (M'_2) le symétrique du miroir (M_2) par la séparatrice et e la distance entre (M_1) et (M'_2) .

1°) Exprimer l'éclairement E en fonction de e . Quel est l'aspect de ce plan pour une distance e donnée ? Comment varie l'éclairement E si e varie ?

Le miroir (M_1) initialement plan s'est déformé et est devenu sphérique. On admettra que le centre de la sphère (M_1) , de rayon R , se trouve sur l'axe Oz , qui est donc axe de symétrie de (M_1) .

2°) Soit e_0 la distance entre (M'_2) et le plan π correspondant au cas où (M_1) est plan, et H_{\max} l'épaisseur maximale du miroir (M_1) une fois courbé. Exprimer l'épaisseur d'air $z(r)$ entre (M_1) et (M'_2) , pour un point P de (M_1) , en fonction de e_0 , H_{\max} , r et R (figure 7). On remarquera que les conditions d'observation impliquent les approximations : $r \ll R$, $e_0 \ll R$ et $H_{\max} \ll R$.

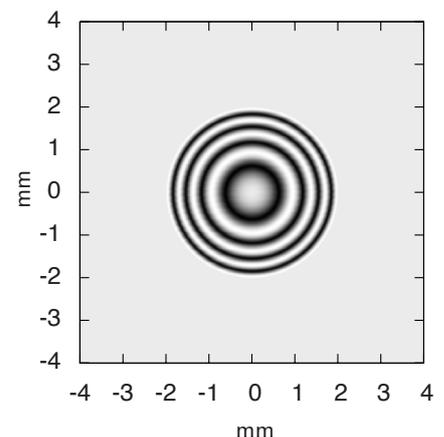


3°) Avec les approximations précédentes, exprimer la différence de marche δ en un point P situé à la distance r de l'axe Oz . Montrer que l'on observe des anneaux localisés au voisinage de (M_1) .

4°) Déterminer l'ordre p_0 au centre des anneaux en fonction de e_0 , H_{\max} et λ . On utilise l'indice k pour repérer les anneaux brillants, sachant que $k = 1$ correspond au premier anneau brillant à partir du centre de la figure d'interférences, de rayon ρ_1 sur la surface de localisation. Calculer le rayon ρ_k du $k^{\text{ième}}$ anneau brillant en fonction de ρ_1 , k , λ , et R .

Une surface métallique polie est plane à l'exception d'un défaut local sphérique. On l'installe sur un des bras de l'interféromètre de Michelson, à la place de (M_2) .

5°) On observe la figure d'interférences correspondante sur la figure ci-contre. Déterminer le diamètre d du défaut et son épaisseur maximum H_{\max} . Exprimer les résultats avec un nombre de chiffres significatifs adapté. Peut-on déterminer si le défaut est convexe ou concave ? Si oui, proposer un protocole permettant de le déterminer.



Réponses : 2°) $z(r) = e_0 + H_{\max} - r^2/2R$; 4°) $\rho_k^2 - \rho_1^2 = (k-1)\lambda R$; 5°) $H_{\max} = 1,3 \mu\text{m}$.

7. Etude du doublet du mercure :

On éclaire un interféromètre de Michelson réglé aux anneaux avec une lampe à vapeur de mercure qui émet deux radiations, de fréquences respectives $\nu_1 = \nu_0 - \Delta\nu/2$ et $\nu_2 = \nu_0 + \Delta\nu/2$, et dont les contributions en intensité dans le plan d'observation sont égales.

La longueur d'onde correspondant à ν_0 est $\lambda_0 = 578 \text{ nm}$.

Un détecteur est placé au foyer d'une lentille convergente placée en sortie de l'interféromètre.

On désigne par x le déplacement du miroir mobile M_1 , compté à partir du contact optique.

a) Montrer que l'éclairement du à la fréquence ν_1 a pour expression :

$$I_1(\tau) = I_{\max}/2 [1 + \cos (2\pi\nu_1\tau)]$$

où τ est une durée que l'on exprimera en fonction de x et de la vitesse c de la lumière dans le vide.

b) Montrer que l'éclairement total détecté a pour expression :

$$I(\tau) = I'_{\max}/2 [1 + \gamma_t(\tau) \cdot \cos (2\pi\nu_0\tau)]$$

où $\gamma_t(\tau)$ est une fonction à déterminer.

c) Tracer l'allure de $I(\tau)$ en choisissant par exemple $\nu_0 = 10 \Delta\nu_{1/2}$.

d) Entre deux valeurs de x donnant un éclairement uniforme, on compte 277 pics d'intensité. En déduire $\Delta\nu_{1/2}$, puis $\Delta\lambda_{1/2}$. Calculer la longueur de cohérence temporelle du doublet.

8. Enregistrement d'un interférogramme (*) :

On observe des anneaux à l'aide d'un interféromètre de Michelson.

La lentille de sortie a une focale f . On place au centre des anneaux un détecteur qui délivre un signal électrique u proportionnel au flux lumineux intercepté par un cercle de rayon a .

Partant du contact optique, le miroir mobile subit une translation de longueur variable x .

a) Déterminer la fonction $u(x)$ en considérant que le détecteur est ponctuel.

b) Montrer qualitativement que si a n'est pas très petit, $u(x)$ tend vers une constante pour les grandes valeurs de x .

c) Donner un ordre de grandeur de la valeur x_1 au-delà de laquelle $u(x)$ est quasiment constant.

AN : $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$; $f = 20 \text{ cm}$; $a = 1 \text{ mm}$.

Réponse : c) $x_1 = \lambda f^2 / 4a^2$.

9. Mesure interférométrique d'une longueur (*) :

On utilise un interféromètre de Michelson en lame d'air d'épaisseur e avec une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 643,84896 \text{ nm}$. On désire, pour une application métrologique, mesurer un déplacement $\Delta e = 51\,225\,342 \text{ nm}$ d'un des miroirs à 10 nm près, provoquant une augmentation $\Delta p = p'' - p'$ de l'ordre d'interférences p , en un certain point M du champ d'interférences).

On note I l'éclairement en M et IM sa valeur maximale.

a) Comment mesurer très simplement la partie entière $E(\Delta p)$ de Δp ?

b) Montrer que, compte tenu de la précision requise, il faut aussi mesurer la partie fractionnaire $\Delta p - E(\Delta p)$.

Pour cela, on détermine le signe de dI/dp et on mesure $a = I(p) / IM$ avec une incertitude absolue égale à $0,01$.

c) Exprimer I en fonction de IM et p , et en déduire dI/dp .

d) Quel est le meilleur choix pour l'ordre d'interférences p' avant déplacement du miroir ?

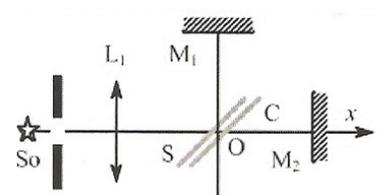
e) La précision obtenue sur p est-elle suffisante ?

10. Interféromètre de Michelson (MinesPons PC 2007) :

Un interféromètre de Michelson (fig. 4) est initialement réglé en différence de marche $OM_1 - OM_2 = e$ non nulle, $e = 1,0 \text{ cm}$. Le miroir M_1 et l'image du miroir M_2 à travers la séparatrice S sont parallèles.

La compensatrice C et la séparatrice sont parallèles et à 45° de l'axe Ox .

L'éclairement est monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 507 \text{ nm}$.



La source S_0 est assimilable à un disque de rayon $a = 1 \text{ mm}$ d'axe Ox placé dans le plan focal d'une lentille convergente de distance focale image $f'_1 = 0,3 \text{ m}$.

- 1) Quels sont les rôles de la séparatrice et de la compensatrice ? Quelles sont les caractéristiques communes et particulières de la compensatrice et de la séparatrice ?
- 2) L'observation du phénomène utilise une lentille convergente (de focale image $f'_2 = 1,5 \text{ m}$, par exemple). Décrire le dispositif d'observation et le phénomène observable avec une source étendue. Exprimer et calculer, à une unité près, le nombre de motifs observables ayant une intensité lumineuse minimale.

La source est une source de lumière naturelle, non polarisée. On place entre le miroir M_1 et l'ensemble CS un polariseur P_1 perpendiculaire aux faisceaux lumineux aller et retour et dont l'axe de polarisation est perpendiculaire au plan de la figure 4. On fait de même entre le miroir M_2 et l'ensemble CS dans les mêmes conditions géométriques relatives avec un polariseur P_2 . On raisonnera pour les aspects liés à la polarisation en supposant la source quasi ponctuelle et l'écran éclairé uniformément ; on négligera l'influence de l'ensemble CS sur la polarisation des ondes.

- 3) Décrire les modifications éventuelles du phénomène par rapport à la question 2.
- 4) On fait pivoter lentement l'axe du polariseur P_2 jusqu'à ce qu'il se situe dans le plan de la figure 4. Décrire sans aucun calcul les modifications éventuelles du phénomène.

Le montage de la Fig. 4 est modifié : on enlève le dispositif d'observation et les polariseurs. Les miroirs M_1 et M_2 sont inclinés du même angle α (Fig. 5) ; on place au foyer objet F_1 de la lentille L_1 ($f'_1 = 0,3 \text{ m}$) une source ponctuelle de lumière monochromatique ($\lambda_0 = 0,597 \mu\text{m}$).

- 5) En considérant le modèle optique équivalent de l'interféromètre de Michelson, représenter la marche d'un rayon lumineux.

- 6) Soit A un point de la droite définie par l'intersection de M_1 et de M'_2 , image de M_2 à travers CS (Fig. 6). Soit P un point du plan bissecteur de M_1 et de M'_2 , tel que $\vec{AP} = x \cdot \vec{u}_x$. Au point P, exprimer la

différence de marche $\delta(x)$ entre les ondes réfléchies sous la forme $\delta(x) = x \cdot f(\tan(\alpha))$, où f est une fonction à déterminer. On rappelle qu'on associe un chemin optique négatif à un trajet virtuel opposé au sens de propagation de la lumière. On pourra, éventuellement, avoir recours à l'identité :

$$1 + \frac{1}{\cos(2\alpha)} = \frac{2}{1 - \tan^2(\alpha)}$$

- 7) Exprimer l'intensité $I(x)$ de la lumière émergente en fonction des intensités I_1 et I_2 de chaque onde réfléchiée et de l'abscisse x du point P. On ne demande pas de démontrer la formule générale des interférences à deux ondes.

- 8) On souhaite photographier le phénomène ; comment doit-on placer et mettre au point un appareil photographique par rapport au dispositif ? On assimilera l'appareil photographique à une lentille convergente. Quelle(s) application(s) voyez-vous de l'expérience précédente ?

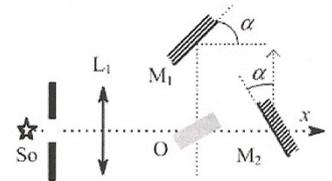


Fig. 5 : Montage modifié ; les deux miroirs restent orthogonaux. La partie grisée représente l'ensemble séparatrice compensatrice CS.

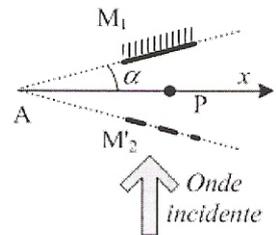


Fig. 6 : Schéma équivalent de l'interféromètre (partiel).

; e2 -e1 =