

## SUPERPOSITION DE N ONDES COHERENTES – EXERCICES

### 1. Distance entre deux raies :

On éclaire normalement un réseau plan comportant  $n = 500$  traits/mm au moyen d'une lumière contenant les longueurs d'onde  $\lambda_1 = 577$  nm et  $\lambda_2 = 579$  nm (doublet du mercure).

La lumière diffractée est reçue sur une lentille de distance focale  $f' = 2,0$  m.

- Où observe-t-on le phénomène de diffraction ?
- De quel angle les raies correspondant aux deux longueurs d'onde sont-elles séparées dans le premier ordre ?
- En réalité la largeur angulaire de chaque image est de  $2 \cdot 10^{-3}$  rad. Peut-on distinguer les deux raies à l'ordre 1 ?

### 2. Superposition des ordres :

On éclaire normalement un réseau plan comportant  $n = 600$  traits/mm au moyen d'une lumière blanche dont on considère les longueurs d'onde limite  $\lambda_1 = 400$  nm et  $\lambda_2 = 700$  nm.

- Calculer les limites et les largeurs angulaires des spectres d'ordre 1, 2 et 3.
- A partir de quel ordre observe-t-on une superposition des spectres ?
- Ce résultat dépend-il du pas du réseau ?

### 3. Minimum de déviation :

On considère un réseau plan de pas  $a$  utilisé par transmission. On l'éclaire par un faisceau incident parallèle et monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ , tombant sous une incidence  $i_0$ .

On s'intéresse au maximum principal d'ordre  $k$ , diffracté dans la direction  $i$ .

- Définir l'angle de déviation  $D$ , et l'exprimer en fonction de  $i$  et  $i_0$ .
- Montrer que lorsque  $i_0$  varie, il existe un minimum de cette déviation. Quelle relation existe alors entre  $i$  et  $i_0$  ?
- Comment mesurer expérimentalement  $\lambda$  en utilisant ce minimum de déviation ?

### 4. Caractéristiques optiques des disques numériques :

On s'intéresse au réseau par réflexion constitué par un disque numérique. On prendra pour cela les notations suivantes :  $a$  pas du réseau,  $i$  angle d'incidence,  $\theta$  angle de réflexion (figure 1),  $\lambda$  longueur d'onde et  $k$  l'ordre de la diffraction.

On prendra comme domaine visible  $\lambda$  variant de 400 nm à 800 nm ;  $a = 1,6$   $\mu\text{m}$ ,  $i = -10^\circ$ .

- Montrer que les maxima principaux de diffraction sont donnés par :  $a[\sin(\theta) + \sin(i)] = k \cdot \lambda$ .
- Calculer les deux valeurs extrêmes  $\theta_{\min}$  et  $\theta_{\max}$  des angles réfléchis correspondant aux deux extrêmes de longueur d'onde du spectre visible pour l'ordre  $k = 1$ .
- On place le disque pour que  $i$  soit encore égal à  $-10^\circ$ , la source de lumière est supposée très éloignée. La lumière incidente sera donc parallèle et on supposera que le faisceau lumineux est assez large pour éclairer complètement un rayon du disque. La figure rappelle la largeur  $L$  de la partie enregistrée (33 mm) qui agit donc comme un réseau. A quelle distance  $D$  de notre œil devra-t-on approcher ce disque pour commencer à voir l'ensemble du spectre visible sur un rayon de la surface enregistrée de ce disque ?

Réponses :  $\theta_{\min} = 25,0^\circ$  ;  $\theta_{\max} = 42,3^\circ$  ;  $D = 74$  mm.

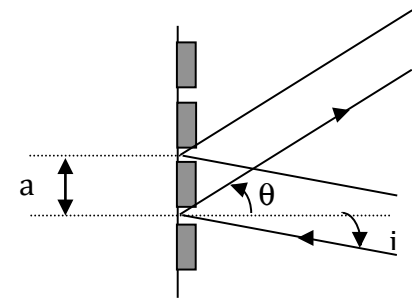


FIGURE 1

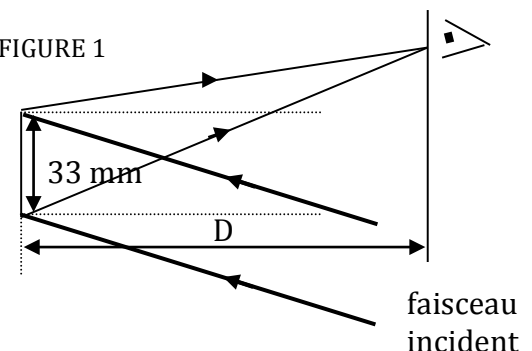


FIGURE 2

### 5. Intensité diffractée par un réseau :

On considère un réseau de pas  $a$  dont chaque trait a une largeur négligeable.

Le nombre total de traits est  $N$ .

Il est éclairé par une onde monochromatique sous l'incidence  $i$ .

L'intensité diffractée dans la direction  $i'$  est donnée par :

$$I(\varphi) = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{N\varphi}{2}\right)}{N^2 \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \quad \text{où } \varphi = 2\pi a (\sin i' - \sin i) / \lambda$$

1. Contrôler ce résultat à l'aide d'au moins deux critères de pertinence.
2. Tracer l'allure de cette fonction et commenter.

### 6. Pouvoir dispersif d'un réseau et d'un prisme (\*):

Un réseau de pas  $a$  est éclairé en incidence normale par une lumière polychromatique.

1. Définir et calculer la déviation  $D$  du réseau, puis déterminer son pouvoir dispersif  $\left|\frac{dD}{d\lambda}\right|$  au

voisinage d'une longueur d'onde  $\lambda$  en fonction de  $\lambda$ , de l'ordre  $k$  et du pas  $a$ .

2. Un prisme d'angle  $A = 30^\circ$  est taillé dans un verre dont l'indice dépend de la longueur d'onde selon la loi de Cauchy :

$$n(\lambda) = A + B/\lambda^2 \quad \text{avec } A = 1,500 \text{ et } B = 0.004 \mu\text{m}^2$$

La lumière incidente, polychromatique, a une incidence normale sur la face d'entrée. Calculer la déviation  $D(\lambda)$ , puis le pouvoir dispersif.

3. Déterminer le nombre de traits par mm d'un réseau utilisé en incidence normale dont le pouvoir dispersif dans l'ordre 1 est du même ordre que celui du prisme au voisinage de  $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$ .

Réponse :  $50 \text{ traits.mm}^{-1}$ .

### 7. Résolution et largeur de fente (\*):

Le collimateur d'un spectromètre à réseau est constitué d'une fente de largeur  $e$  et d'une lentille de focale  $f = 10 \text{ cm}$ ; le réseau utilisé a  $1000 \text{ traits.mm}^{-1}$ .

- a) Déterminer la largeur angulaire  $\Delta\alpha$  des raies au voisinage du minimum de déviation.
- b) On étudie le doublet du sodium dans l'ordre 2, au minimum de déviation qui est de l'ordre de  $70^\circ$ . En déduire l'écart angulaire entre deux raies voisines de longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ .
- c) Quelle doit être la largeur de la fente d'entrée pour résoudre le doublet jaune du sodium dont les deux raies sont distantes de  $0,6 \text{ nm}$  ?

Réponse :  $e = 0,15 \text{ mm}$ .