

## CHAPITRE 1 : MODELE SCALAIRE DES ONDES LUMINEUSES

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Modèle scalaire des ondes lumineuses</b>	
a) Modèle de propagation dans l'approximation de l'optique géométrique.  Chemin optique. Déphasage dû à la propagation.  Surfaces d'ondes. Loi de Malus.  Onde plane, onde sphérique ; effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss.	Associer la grandeur scalaire de l'optique à une composante d'un champ électrique.  Exprimer le retard de phase en un point en fonction du retard de propagation ou du chemin optique.  Utiliser l'égalité des chemins optiques sur les rayons d'un point objet à son image.  Associer une description de la formation des images en termes de rayon lumineux et en termes de surfaces d'onde.
b) Modèle d'émission. Approche expérimentale de la longueur de cohérence temporelle. Relation entre le temps de cohérence et la largeur spectrale.	Classifier différentes sources lumineuses (lampe spectrale basse pression, laser, source de lumière blanche...) en fonction du temps de cohérence de leurs diverses radiations et connaître quelques ordres de grandeur des longueurs de cohérence temporelle associées. Utiliser la relation $\Delta f \cdot \Delta t \approx 1$ pour relier le temps de cohérence et la largeur spectrale $\Delta \lambda$ de la radiation considérée.
c) Récepteurs. Intensité.	Relier l'intensité à la moyenne temporelle du carré de la grandeur scalaire de l'optique.  Citer le temps de réponse de l'œil. <b>Choisir un récepteur en fonction de son temps de réponse et de sa sensibilité fournis.</b>

La lumière est une **onde** électromagnétique propageant des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$ , dépendant du temps et du point M de l'espace atteint par cette onde, soit  $\vec{E}(M, t)$  et  $\vec{B}(M, t)$ .

Les équations fondamentales de l'électromagnétisme - équations de Maxwell - qui régissent la variation des champs étant **linéaires**, ces champs obéissent au principe de **superposition**, et leurs composantes s'ajoutent scalairement ; on ne parlera dorénavant que des composantes susceptibles de s'additionner, qu'on notera  $s(M, t)$ .

On ne considérera dans la suite que des milieux homogènes et isotropes, pour lesquels  $n = \text{cte}$ ,  $n$  étant l'indice du milieu défini par :

$$n = c_0/c$$

$$c_0 = 299792458 \text{ m.s}^{-1}$$

est la célérité d'une onde ém dans le vide.

Dans les milieux homogènes et isotropes la lumière se propage en ligne droite.

### 1. Processus d'émission de la lumière par les sources :

#### 1.1. Signal émis par une source monochromatique :

Un signal monochromatique émis par une source située en  $M_0$  s'écrit :

$$s(M_0, t) = s_0 \cdot \cos(\omega t - \phi(M_0))$$

Sa pulsation  $\omega$  est une constante, et  $\phi(M_0)$  est une constante appelée phase à l'origine.

Un tel signal peut être réalisé avec un GBF ; son spectre comporte une raie infiniment fine.

#### 1.2. Signal émis par une source quasi-monochromatique :

Contrairement à l'émission d'un GBF, l'émission lumineuse est un phénomène complexe : la lumière est émise de manière discontinue, par « paquets » successifs appelés **trains d'onde**.

On peut modéliser l'émission d'une source quasi-monochromatique par une suite de portions de sinusoides de pulsation égale à la pulsation de la source, et dont la phase varie aléatoirement.

Le signal émis à  $t$  par une source  $S$  quasi-monochromatique s'écrit alors :

$$s(M_0, t) = s_0 \cdot \cos(\omega t - \phi(M_0, t))$$

où  $\omega$  est la **pulsation** et  $\phi(M_0, t)$  une fonction aléatoire du temps.

Pour des signaux optiques visibles,  $\omega \sim 4 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ .

La valeur moyenne de  $s(M_0, t)$  sur une durée grande devant  $T$  est nulle.

#### 1.3. Largeur spectrale :

Définition : la durée moyenne d'un train d'onde est appelé **temps de cohérence** et noté  $\tau$  ( en s ).

Définition : la longueur parcourue dans le vide pendant  $\tau$ , soit

$$Lc = c_0 \cdot \tau,$$

est la **longueur de cohérence** de la source ( en m ).

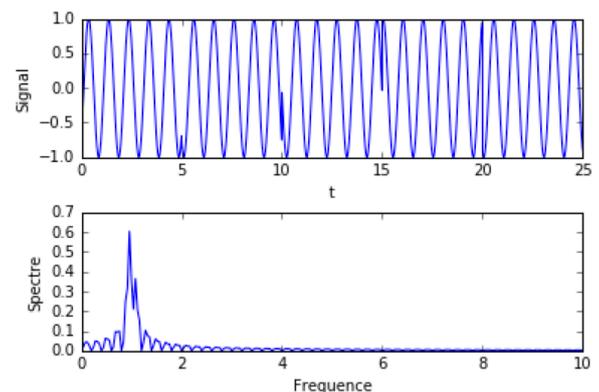
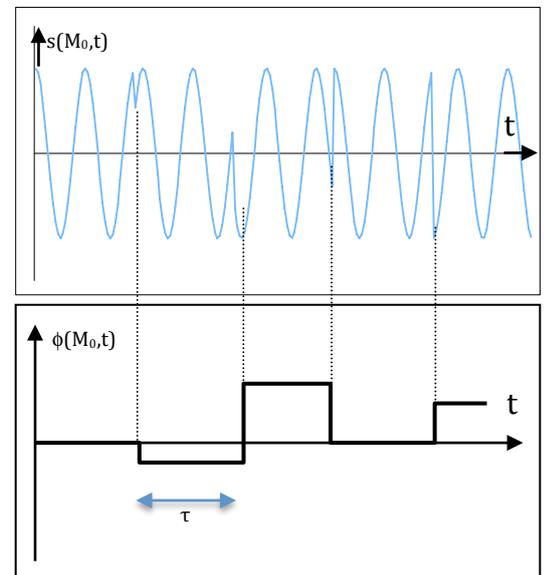
Ordres de grandeurs :

- Lampe blanche :  $\tau \approx 10^{-14} \text{ s}$  ;  $L \approx 3 \mu\text{m}$
- lampe à vapeur métallique :  $\tau \approx 10^{-11} \text{ s}$  ;  $L \approx 3 \text{ mm}$  ;
- Laser He-Ne du labo  $\tau \approx 10^{-9} \text{ s}$  ;  $L \approx 30 \text{ cm}$  .

L'analyse fréquentielle d'un signal quasi-monochromatique montre que la largeur en fréquence  $\Delta\nu$  est liée au temps de cohérence par la relation :

$$\Delta\nu \cdot \tau \approx 1$$

Conséquence : seule une source infiniment cohérente ( $\tau \rightarrow \infty$ ) serait strictement monochromatique ; la largeur spectrale en longueur d'onde d'une source est donc non nulle.



## 2. Propagation des ondes lumineuses :

Dans l'approximation de l'optique géométrique, la lumière se propage le long d'un rayon lumineux.

### 2.1. Signal reçu en un point M :

Un signal émis à t par une source  $M_0$  monochromatique s'écrit :

$$s(M_0, t) = s_0 \cdot \cos(\omega t - \phi(M_0))$$



A cause de la propagation, en un point M de l'espace, le signal perçu à l'instant t a été émis à un instant antérieur  $t'$ , avec  $t' = t - t_p$ .

Il s'écrit :

$$s(M, t) = s(M_0, t') = s_0 \cdot \cos(\omega(t - t_p) - \phi(M_0)) = s_0 \cdot \cos(\omega t - k \cdot M_0M - \phi(M_0))$$

Un signal émis à t par une source  $M_0$  **quasi** - monochromatique s'écrit :

$$s(M_0, t) = s_0 \cdot \cos(\omega t - \phi(M_0, t))$$

En un point M de l'espace, le signal perçu à l'instant t s'écrit :

$$s(M, t) = s(M_0, t') = s_0 \cdot \cos(\omega t - k \cdot M_0M - \phi(M_0, t'))$$

L'onde progressive monochromatique (OPPM) présente donc une double périodicité :

- temporelle de période  $T = 2\pi / \omega$  ;
- spatiale de période  $\lambda = 2\pi / k$  (**longueur d'onde**)

Ces deux grandeurs sont liées par :

$$\lambda = c \cdot T$$

### 2.2. Propagation dans un milieu d'indice n :

On convient en général d'indicer 0 les grandeurs relatives au vide, ainsi dans le vide :

$$\lambda_0 = c_0 \cdot T$$

Lorsque l'on passe du vide à un milieu d'indice n, **la pulsation ( donc T ) est inchangée**, mais la célérité devient  $c = c_0/n$ .

On a donc :

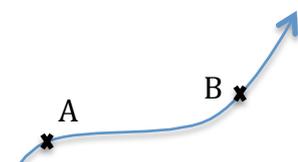
$$\lambda = c_0 T / n = \lambda_0 / n$$

$$k = n k_0.$$

### 2.3. Chemin optique :

Définition : le chemin optique d'un point A à un point B est défini par

$$L = (AB) = \int_A^B n \cdot ds$$



On a donc :

$$L = \int c_0 \cdot ds / c = c_0 \cdot t_{A \rightarrow B}.$$

**Le trajet optique mesure la durée mise par le signal pour aller de A à B ( au facteur c près ).**

Réécriture du signal :

$$k \cdot M_0M = n \cdot 2\pi \cdot M_0M / \lambda_0 = 2\pi (M_0M) / \lambda_0.$$

où  $\lambda_0 = c_0T$  est la longueur d'onde dans le vide de l'onde considérée.

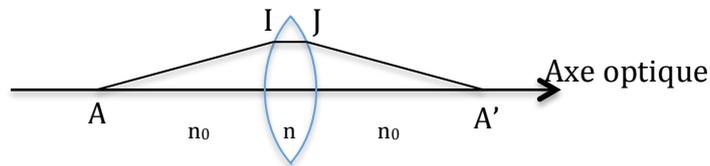
On peut donc écrire :

$$s(M, t) = s_0 \cdot \cos(\omega t - 2\pi (M_0M) / \lambda_0 - \phi(M_0, t')).$$

Calcul du chemin optique :

Dans la plupart des cas la lumière traverse une suite de milieux homogènes et isotropes : les rayons lumineux sont des segments.

Exemple : lentille

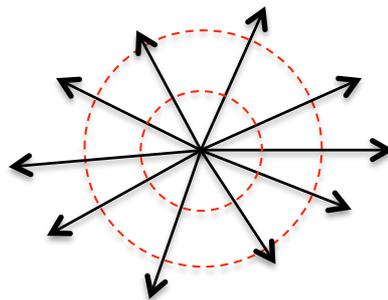


$$(AA') = (AI) + (IJ) + (JA') = n_0 \cdot AI + n \cdot IJ + n_0 JA'.$$

#### 2.4. Surface d'onde :

**Définition :** Une surface d'onde est l'ensemble des points M tels que  $(M_0M) = cte$ ,  $M_0$  étant un point source ; à t donné ces points sont dans un même état vibratoire.

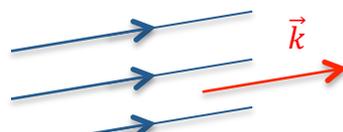
Exemples : pour une source ponctuelle  $M_0$ , les surfaces d'ondes sont des sphères centrées sur  $M_0$ .



**Théorème de Malus** ( admis ) : les rayons lumineux sont perpendiculaires aux surfaces d'onde.

#### 2.5. Onde plane monochromatique ; vecteur d'onde :

Définition : une **onde plane** est une onde pour laquelle les surfaces d'onde sont des plans. Une onde plane est donc composée de rayons parallèles orientés par un vecteur unitaire  $\vec{u}$ .



**Définition :** le vecteur d'onde  $\vec{k}$  est un vecteur tangent au rayon lumineux et orienté dans le sens de la propagation.

Son module vaut par définition  $k = 2\pi/\lambda$ .

A t donné, tous les points  $M'$  tels que  $\vec{k} \cdot \overrightarrow{MM'}$  = cte sont dans le même état vibratoire ; ces points appartiennent à un même plan d'onde.

2.6. Onde sphérique :

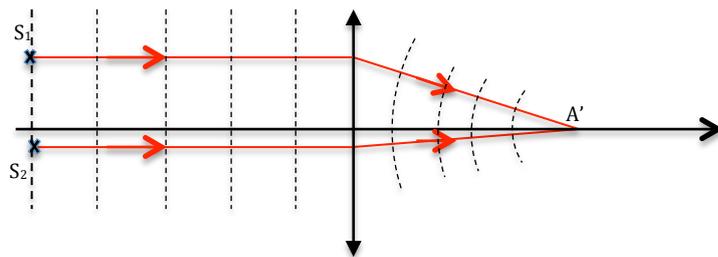
Définition : une **onde sphérique** est une onde pour laquelle les surfaces d'onde sont des sphères.

Une onde sphérique est donc composée de rayons divergents à partir d'un point source  $M_0$  ou convergents vers un point  $M_0$ .

Son expression sera vue dans le cours d'acoustique.

2.7 . Effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss :

Une lentille mince permet de transformer une onde sphérique en onde plane, et réciproquement.

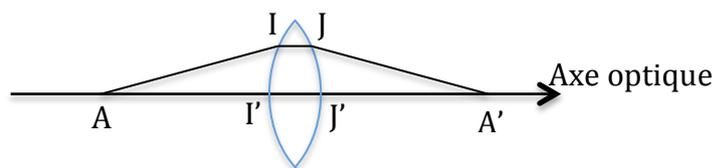


2.8. Condition nécessaire et suffisante de stigmatisme :

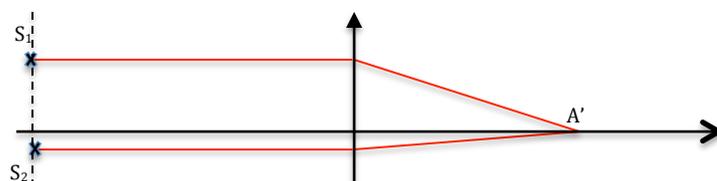
**Définition :** un système optique est rigoureusement stigmatique pour un couple de points  $A$  et  $A'$  si tout rayon passant par  $A$  avant traversée du système passe par  $A'$  après traversée du système. Les points  $A$  et  $A'$  sont dits conjugués.

On admettra la **propriété suivante** : un système est stigmatique pour le couple de points  $(A, A')$  si le chemin optique  $(AA')$  est constant, quel que soit le rayon lumineux suivi.

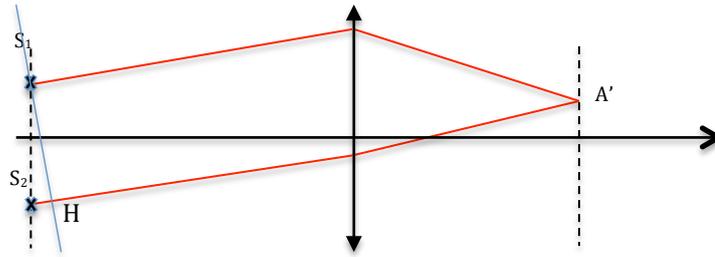
Exemple : lentille mince :  $(AIJA') = (AI'JA')$



Conséquences :  $(S_1A') = (S_2A')$



$$(S_1A') = (HA')$$

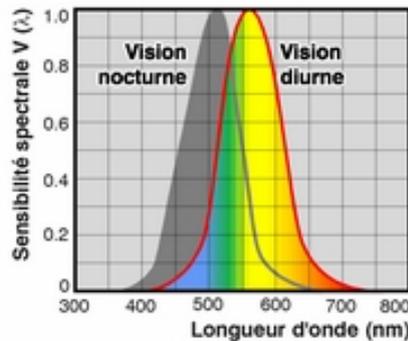


### 3. Réception des ondes lumineuses ; intensité ( ou éclaircissement ) :

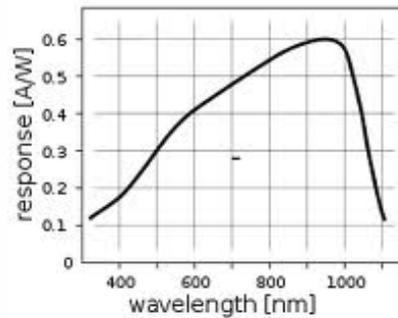
#### 3.1. Récepteurs :

Les récepteurs les plus courants sont l'œil, la photodiode et le capteur CCD. Leurs caractéristiques principales sont leur temps de réponse  $T_r$  et leur sensibilité spectrale.

Œil :  $T_r \approx 50$  ms ; photodiodes : rapides 15 ps à 1 ns, labo 1  $\mu$ s , capteur CCD 0,01 s.



Œil



Photodiode

Soit une vibration monochromatique :

$$s(M,t) = s_0 \cdot \cos(\omega t - \phi(M,t)) .$$

Les récepteurs courants ( œil, photodiode..) ne sont pas sensibles à  $s(M,t)$ , mais à son carré.

De plus, ces récepteurs courants, ayant des temps de réponse très grands devant la période de la vibration lumineuse, ne seront sensibles qu'à la **moyenne temporelle** de  $s^2$ , moyennée sur une période  $T_r$  du récepteur .

#### 3.2. Intensité :

**Définition:** L'intensité est  $I(M) = \frac{1}{T_r} \int s^2(M,t) . dt$

On a par exemple pour la vibration  $s(M,t)$  précédente :

$$I(M) = s_0^2/2.$$

Notation complexe :  $\underline{s}(M, t) = s_0 \cdot \exp j(\omega t - \phi(M))$  avec  $s(M, t) = \text{Re} [ \underline{s}(M, t) ]$ .

On a alors :

$$I(M) = \langle \underline{s} \cdot \underline{s}^* \rangle / 2.$$

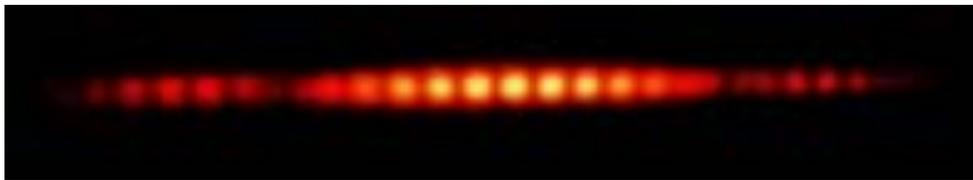
## CHAPITRE 2 : SUPERPOSITION DE DEUX ONDES LUMINEUSES

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Superposition d'ondes lumineuses</b>	
Superposition de deux ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles : formule de Fresnel $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$ . Contraste.	Établir la formule de Fresnel. Citer la formule de Fresnel et justifier son utilisation par la cohérence des deux ondes. Associer un bon contraste à des intensités $I_1$ et $I_2$ voisines.
Superposition de deux ondes incohérentes entre elles.	Justifier et utiliser l'additivité des intensités.

**Définition :** il y a interférences entre des ondes lorsque l'intensité résultant de la superposition de ces ondes n'est pas égale à la somme des intensités de ces ondes.

Ici, lumière + lumière = obscurité.

Remarque : tous les types d'ondes peuvent donner lieu à des interférences ( ex :cuve à ondes ).



### 1. Notion de cohérence :

#### 1.1. Intensité due à deux sources :

Soit deux sources  $S_1$  et  $S_2$  émettant deux vibrations :

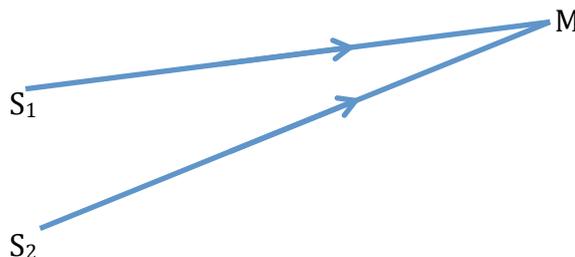
$$s_1(S_1, t) = s_1 \cdot \exp(j(\omega t - \phi_1(S_1, t)))$$

$$s_2(S_2, t) = s_2 \cdot \exp(j(\omega t - \phi_2(S_2, t)))$$

On observe en un point M l'éclairement du à la superposition des deux vibrations :

$$s_1(M, t) = s_{10} \cdot \exp(j(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_1}(S_1 M) - \phi_1(S_1, t - t_{P1})))$$

$$s_2(M, t) = s_{20} \cdot \exp(j(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_2}(S_2 M) - \phi_2(S_2, t - t_{P2})))$$



L'intensité en M est :

$$I(M) = \frac{1}{2} \langle (s_1 + s_2)(s_1 + s_2)^* \rangle$$

$$= \left\langle \frac{1}{2} s_1^2 + \frac{1}{2} s_2^2 + s_1 s_2 \cdot \cos[(\omega_2 - \omega_1)t + \phi_1(M, t) - \phi_2(M, t)] \right\rangle$$

Soit :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos[(\omega_2 - \omega_1)t + \phi_1(M, t) - \phi_2(M, t)] \rangle$$

avec :

$$\phi_1(M, t) - \phi_2(M, t) = \phi_2(S_2, t - t_{p2}) - \phi_1(S_1, t - t_{p1}) + \frac{2\pi}{\lambda_2} (S_2 M) - \frac{2\pi}{\lambda_1} (S_1 M)$$

C'est le troisième terme de I(M) qui est à l'origine des interférences :

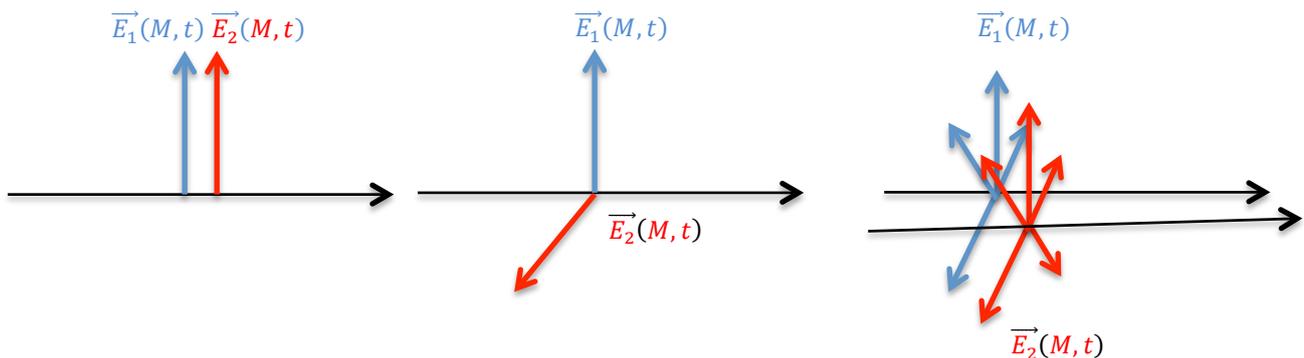
- lorsque ce terme est nul, on a  $I = I_1 + I_2$  : les ondes sont **décorrélées**, ou **incohérentes** ; on n'observe pas d'interférences ;
- lorsque ce terme est non-nul, les ondes sont **corrélées**, ou **cohérentes**.

### 1.2. Conditions d'obtention des interférences :

#### a) Approximation scalaire de l'optique :

Nous avons jusqu'à présent toujours sommé des amplitudes scalairement, ce qui suppose que les deux champs superposés en M ont des composantes parallèles ; cela sera le cas :

- si les champs ont même polarisation ;
- ou si leur polarisation est aléatoire, mais que les directions de propagation des deux ondes sont proches.



#### b) Nécessité d'une seule source :

Si  $\omega_2 - \omega_1 \neq 0$ ,  $\langle \cos[(\omega_2 - \omega_1)t - (\phi_2(M, t) - \phi_1(M, t))] \rangle = 0$  : pas d'interférences.

Si  $\omega_2 - \omega_1 = 0$ ,  $\langle \cos[(\omega_2 - \omega_1)t - (\phi_2(M, t) - \phi_1(M, t))] \rangle = \langle \cos[\phi_2(M, t) - \phi_1(M, t)] \rangle$

$$= \langle \cos[\phi_2(S_2, t - t_{p2}) - \phi_1(S_1, t - t_{p1}) + 2\pi (S_2 M) / \lambda - 2\pi (S_1 M) / \lambda] \rangle \text{ car } \lambda_2 = \lambda_1 = \lambda.$$

Si  $S_1$  et  $S_2$  sont deux sources différentes, leur relation de phase est quelconque et le terme d'interférences est encore **nul**.

**Conclusion : pour obtenir des interférences, on doit utiliser une seule source S, qu'on dédouble.**

Les deux ondes suivent donc des trajets différents entre S et M, et l'on notera :

$$(S_2 M) = (SM)_2 \text{ et } (S_1 M) = (SM)_1.$$

**Définition :**  $\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1$  est la différence de marche au point M.

Il n'y a alors plus qu'une fonction  $\phi = \phi_1(S, t) = \phi_2(S, t)$

c) Influence de la cohérence temporelle de la source :

$$\left\langle \cos \left[ \phi(S, t - t_{P2}) - \phi(S, t - t_{P1}) + \frac{2\pi(SM)_2}{\lambda} - \frac{2\pi(SM)_1}{\lambda} \right] \right\rangle$$

$$= \left\langle \cos[\phi(S, t - t_{P2}) - \phi(S, t - t_{P1})] + \frac{2\pi\delta}{\lambda} \right\rangle$$

avec :

$$t_{P1} = \frac{(SM)_1}{c_0} ; t_{P2} = \frac{(SM)_2}{\lambda}$$

Si les instants  $t-t_{P1}$  et  $t-t_{P2}$  appartiennent à un même train d'onde, alors :

$$\phi(S, t - t_{P2}) = \phi(S, t - t_{P1})$$

Il faut pour cela :

$$|t_{P2} - t_{P1}| < \tau_c$$

$$|\delta| < c_0\tau = L_c$$

Dans le cas contraire, les deux ondes proviennent de deux trains d'onde différents ;  $\phi(S, t-t_{P1}) - \phi(S, t-t_{P2})$  est alors quelconque et le terme d'interférences est nul ; on n'observe pas d'interférences en M.

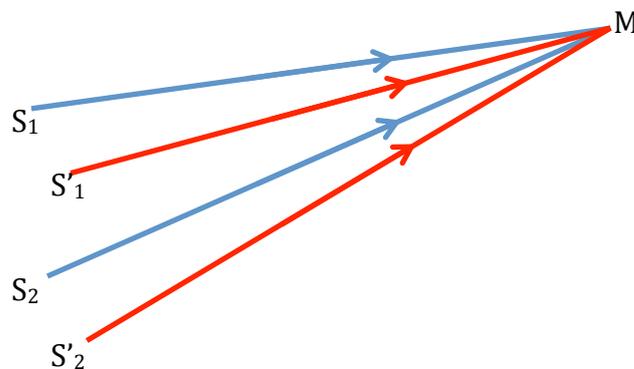
La source n'est pas assez **cohérente temporellement**.

e) Influence de la cohérence spatiale de la source :

Si l'on élargit la source, que l'on considère comme la superposition de sources ponctuelles élémentaires, chaque source élémentaire va donner en M son propre éclaircissement.

Or les sources élémentaires étant incohérentes, tous les éclaircissements vont s'ajouter ; les franges se brouillent.

La source n'est pas assez **cohérente spatialement**.



### 1.3.Résumé :

Pour observer les interférences on doit donc avoir :

- des champs de même polarisation, ou de directions de propagation proches ;
- une source unique qu'on dédouble ;
- une bonne cohérence temporelle de la source assurant  $\delta < c \cdot \tau$  :

On a alors :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi\delta(M)}{\lambda}\right)$$

**Formule de Fresnel**

Cette formule est toujours valable pour des interférences entre deux sources ponctuelles cohérentes de même pulsation ; seule la forme de  $\delta(M)$  varie selon le dispositif interférentiel.

**2. Superposition de 2 ondes cohérentes entre elles ; représentation de Fresnel :**

On considère deux ondes cohérentes observées en un point M :

$$\underline{s}_1(M,t) = a.\expj(\omega t - 2\pi(S_1M)/\lambda_0)$$

$$\underline{s}_2(M,t) = a.\expj(\omega t - 2\pi(S_2M)/\lambda_0)$$

Par un changement d'origine des temps, on peut écrire :

$$\underline{s}_1(M,t) = a.\expj(\omega t)$$

$$\underline{s}_2(M,t) = a.\expj(\omega t - 2\pi(S_2M)/\lambda_0 + 2\pi(S_1M)/\lambda_0)$$

ou encore :

$$\underline{s}_1(M,t) = a.\expj(\omega t)$$

$$\underline{s}_2(M,t) = a.\expj(\omega t - \varphi)$$

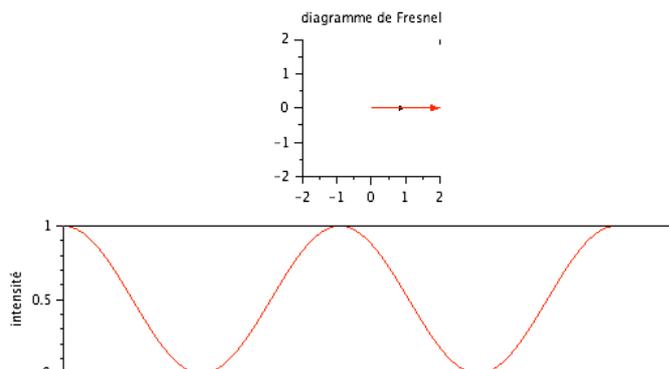
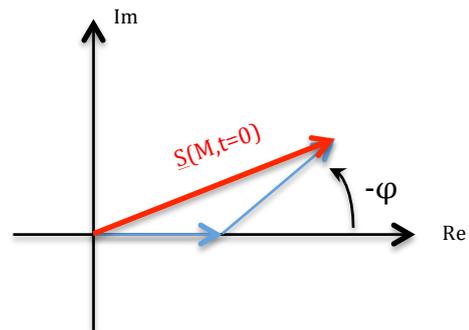
avec  $\varphi = 2\pi(S_2M)/\lambda_0 - 2\pi(S_1M)/\lambda_0$

On représente les amplitudes complexes  $\underline{s}$  dans le plan complexe, à un instant t fixé ( sur le schéma à  $t = 0$  ) : l'amplitude totale  $s(M,t=0)$  en M est la somme des amplitudes en M.

Lorsque  $\varphi$  varie,  $\underline{s}(M,0)$  varie, ainsi que sa norme :

- Elle est maximale pour  $\varphi = 0$  ;
- Elle est minimale ( nulle ) pour  $\varphi = \pi$ .

L'intensité varie de la même manière, sinusoidalement.



## CHAPITRE 3 : INTERFERENCES PAR DIVISION DU FRONT D'ONDE : EXEMPLE DES TROUS D'YOUNG.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>3. Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young</b></p> <p>Trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif : source ponctuelle à grande distance finie et observation à grande distance finie. Champ d'interférences. Ordre d'interférences <math>p</math>.</p> <p>Variations de <math>p</math> avec la position du point d'observation ; franges d'interférences.</p> <p><b>Comparaison entre deux dispositifs expérimentaux : trous d'Young et fentes d'Young.</b></p> <p>Variation de <math>p</math> par rajout d'une lame à faces parallèles sur un des trajets.</p> <p>Variations de <math>p</math> avec la position d'un point source ; perte de contraste par élargissement spatial de la source.</p> <p>Variations de <math>p</math> avec la longueur d'onde. Perte de contraste par élargissement spectral de la source.</p> <p>Observations en lumière blanche (blanc d'ordre supérieur, spectre cannelé).</p>	<p>Savoir que les franges ne sont pas localisées. Définir, déterminer et utiliser l'ordre d'interférences.</p> <p>Interpréter la forme des franges observées sur un écran éloigné parallèle au plan contenant les trous d'Young.</p> <p><b>Confronter les deux dispositifs : analogies et différences.</b></p> <p>Interpréter la modification des franges</p> <p>Utiliser le critère semi-quantitatif de brouillage des franges <math> \Delta p  &gt; 1/2</math> (où <math> \Delta p </math> est évalué sur la moitié de l'étendue spatiale de la source) pour interpréter des observations expérimentales.</p> <p>Utiliser le critère semi-quantitatif de brouillage des franges <math> \Delta p  &gt; 1/2</math> (où <math> \Delta p </math> est évalué sur la moitié de l'étendue spectrale de la source) pour interpréter des observations expérimentales. Relier la longueur de cohérence, <math>\Delta\lambda</math> et <math>\lambda</math> en ordre de grandeur.</p> <p>Déterminer les longueurs d'ondes des cannelures.</p>

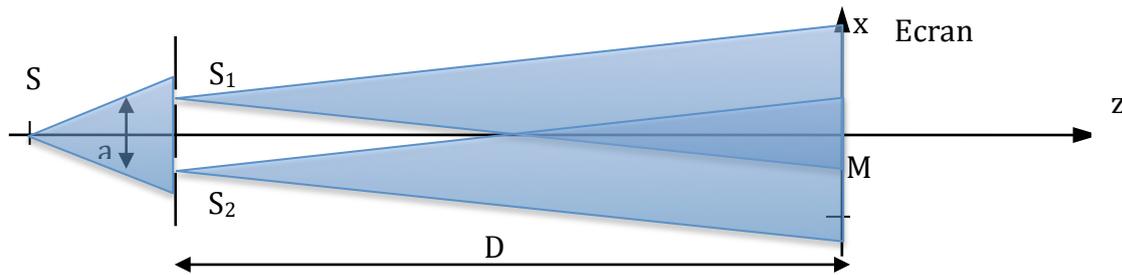
## 1. Description du dispositif d'observation des franges :

Le dispositif des trous d'Young est dit à **division du front d'onde** ; les deux trous - identiques - séparent le faisceau incident en donnant naissance à deux rayons émergents.

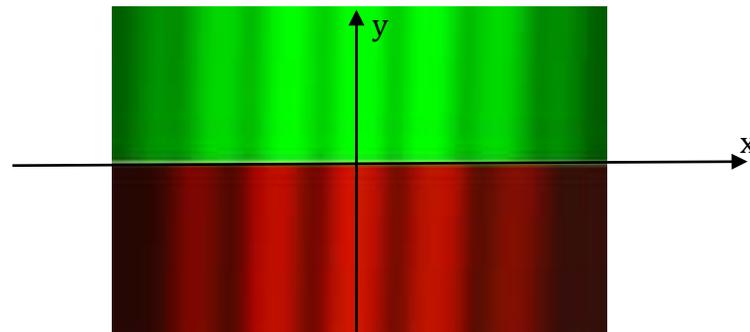
Les trous  $S_1$  et  $S_2$  se comportent comme des **sources secondaires cohérentes**.

A cause de la diffraction, un rayon issu de  $S$  peut changer de direction à la traversée de  $S_1$  ( ou  $S_2$  ) ; à la sortie de chacun des trous émerge un faisceau d'ouverture angulaire  $\theta \sim \lambda/R$ , où  $R$  est le diamètre de chaque trou.

Les interférences sont observables dans toute la zone où les rayons lumineux issus de  $S_1$  et  $S_2$  se superposent ; cette zone est le **champ d'interférences**. Ici cette zone est un volume : on dit que les interférences sont **délocalisées**.



Ordres de grandeurs :  $D \sim \text{m}$  ;  $a \sim 1 \text{ mm}$  ;  $x_M, y_M \sim 1 \text{ cm}$ .



En lumière quasi-monochromatique ( laser ou lampe polychromatique + filtre coloré ):

- on observe des franges rectilignes équidistantes parallèles à la direction des double-fentes ;
- leur hauteur n'est limitée que par la fente source et les deux fentes ;
- le champ d'interférences est étroit.
- l'écran peut être déplacé ; on voit toujours les franges.
- la visibilité dépend de la largeur de la fente source ; si on ouvre celle-ci les interférences se brouillent.

En lumière blanche :

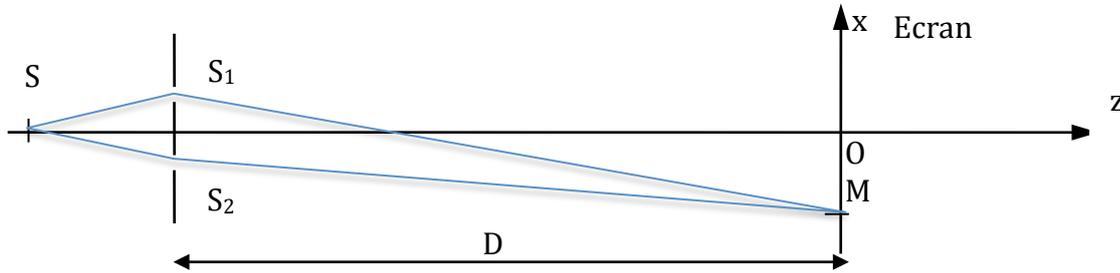
- on observe une frange centrale blanche et des franges irisées de part et d'autre ;
- le champ d'interférences est plus étroit.

## 2. Différence de marche et déphasage en un point M de l'écran d'observation

2.1. Cas du dispositif sans lentille :

$$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (SS_2) + (S_2M) - (SS_1) - (S_1M) = (S_2M) - (S_1M)$$

car  $(SS_1) = (SS_2)$  si les trous sont symétriques.



Coordonnées :  $M(x, y, 0)$ ;  $S_1\left(\frac{a}{2}, 0, -D\right)$ ;  $S_2\left(-\frac{a}{2}, 0, -D\right)$  avec  $x, y \ll D$  et  $a \ll D$ .

On a donc :

$$\delta(M) = n \cdot \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} - n \cdot \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2}$$

où  $n$  est l'indice du milieu.

On calcule, au second ordre en  $a / D$  :

$$\delta(M) = n \cdot a \cdot \frac{x}{D}$$

On en déduit :

$$\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda} n \cdot a \cdot \frac{x}{D}$$

2.2. Cas du dispositif avec lentilles ; montage de Fraunhofer :

Pour travailler avec des ondes planes, on peut utiliser des lentilles.

La différence de marche est :

$$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (SS_2) + (S_2M) - (SS_1) - (S_1M) = (S_2M) - (S_1M) = (S_2H) = n[S_2H]$$

Or :

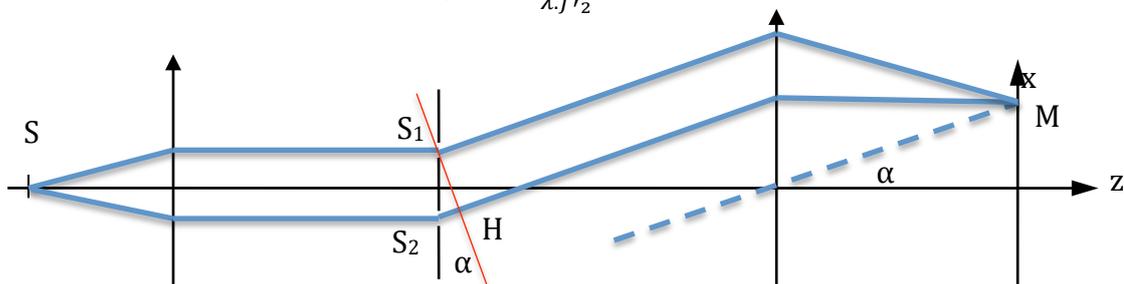
$$\alpha \approx \tan \alpha = x / f'_2 \text{ et } \alpha \approx \sin \alpha = [S_2H] / a$$

d'où :

$$\delta(M) = n \cdot a \cdot \frac{x}{f'_2}$$

Le déphasage en M entre les rayons 1 et 2 vaut alors :

$$\varphi = \frac{2\pi \cdot n \cdot a \cdot x}{\lambda \cdot f'_2}$$



### 3. Intensité ; ordre d'interférences :

En un point M de l'écran d'observation on a donc, si les conditions d'obtention des interférences sont toutes réunies :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi\delta(M)}{\lambda}\right)$$

Soit, puisque  $I_1 = I_2 = I_0$  par symétrie :

$$I(M) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta(M)}{\lambda}\right)\right)$$

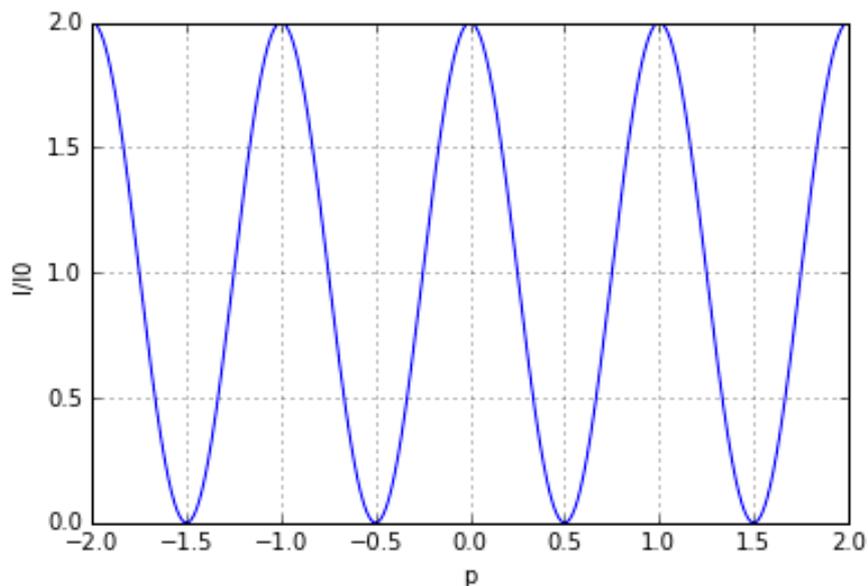
**Définition :** on appelle *frange d'interférences* les lieux d'éclairement constant.

Ici, les franges sont donc sur l'écran des droites  $x = \text{cte}$ , elles sont donc **rectilignes** parallèles à  $Oy$ .

L'éclairement varie entre 0 ( **franges sombres** ou noires ) et  $4 E_0$  ( **franges claires** ou brillantes ).

**Définition :** l'ordre d'interférences est défini par  $p = \delta / \lambda$ .

Les franges claires correspondent à  $p$  entier, les franges sombres à  $p$  demi-entier.



**Définition :** l'interfrange  $i$  est la distance séparant deux franges consécutives de même nature.

On calcule :

$$i = \lambda \cdot \frac{D}{na} \text{ (sans lentille)} ; i = \lambda \cdot \frac{f'}{na} \text{ (avec lentille)}$$

**Définition :** la visibilité ( ou contraste ) des franges au voisinage d'un point M est :

$$V(M) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

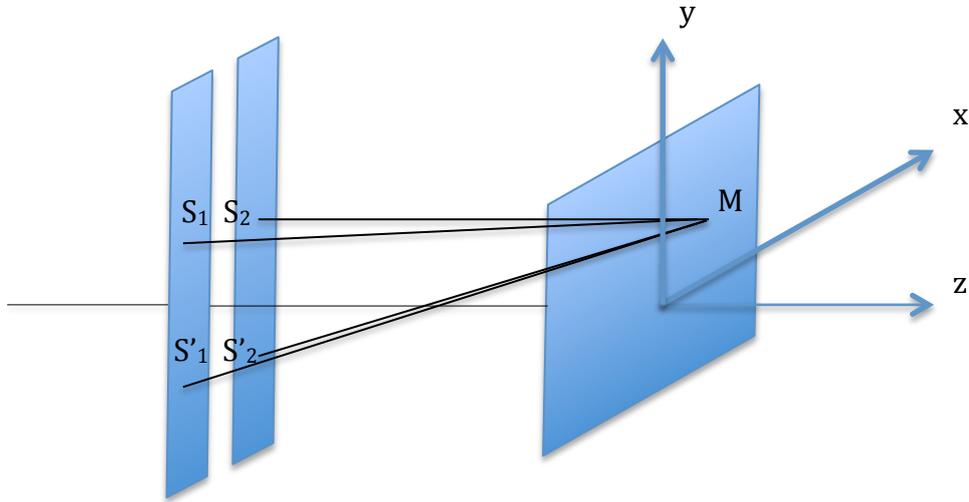
La visibilité est comprise entre 0 et 1.

Exercice : dans le cas général, exprimer  $V(M)$  en fonction de montrer que  $V(M)$  est maximale pour :

Utilisation de fentes :

Afin de gagner en luminosité, on utilise deux fentes fines de direction perpendiculaire au segment  $S_1S_2$  ; ces fentes sont appelées **fentes d'Young**.

On constate expérimentalement que la figure d'interférence est identique à la figure d'interférences observée avec les trous d'Young, mais plus lumineuse.



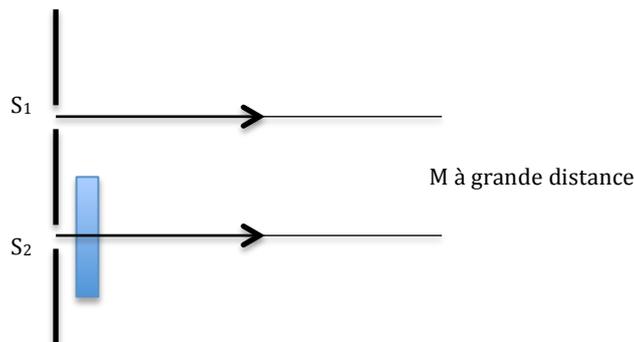
$$\delta(M) = \frac{ax}{D} = \delta'(M) \quad !$$

**4. Application à la mesure de l'indice ou de l'épaisseur d'une lame à faces parallèles**

Plaçons une lame à faces parallèles d'indice  $n'$  et d'épaisseur  $e$  sur le trou  $S_2$ . L'angle d'incidence étant faible, on suppose que la longueur de verre traversée par la lumière est  $e$ .

Au lieu de traverser une épaisseur  $e$  d'air, d'indice  $n$ , la lumière traverse une épaisseur de verre d'indice  $n'$ , ainsi l'ordre d'interférence **varie** de :

$$\Delta p = (n' - n)e/\lambda$$



On a donc :

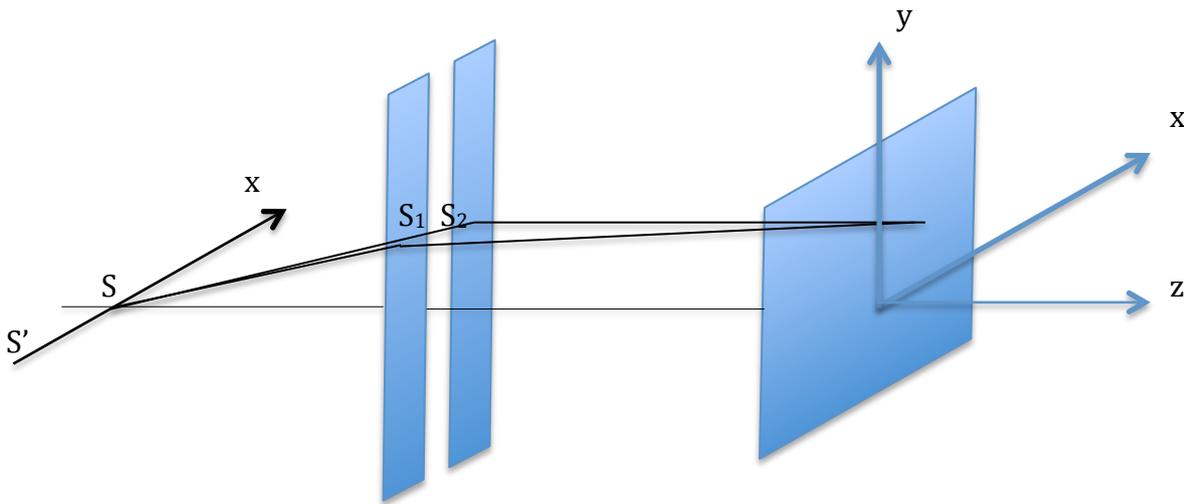
$$p(x) = \frac{ax}{\lambda D} + (n' - n)e/\lambda$$

La frange d'ordre 0 correspond alors à  $x = -(n' - n)eD/a$ .

Les franges se traduisent en bloc vers les  $x < 0$ .

### 5. Effet d'un élargissement de la source :

Considérons une source  $S'$  située à une abscisse  $x_{S'}$ , et à une distance  $d$  du plan des trous d'Young.



L'ordre d'interférence vaut :

$$p' = ax/\lambda D + ax_{S'}/\lambda d$$

La frange d'ordre 0 est située à l'abscisse :

$$x = -x_{S'} \cdot D/d.$$

Supposons maintenant que les deux sources ponctuelles  $S$  et  $S'$  éclairent les trous d'Young.

Ces deux sources sont incohérentes, les éclairissements s'ajoutent.

Si les deux systèmes d'interférence sont en anticoincidence, l'éclairissement total sera uniforme.

La première anticoincidence se produit pour :

$$p' = p \pm \frac{1}{2}$$

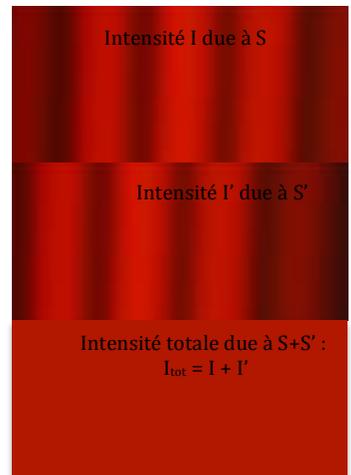
Soit :

$$x_{S'} = \pm \lambda d/2a$$

Si  $x_{S'}$  continue à augmenter, les franges peuvent ensuite revenir en coincidence, mais le contraste sera plus faible : les franges se brouillent.

On considère donc que le brouillage des franges intervient dès que :

$$|\Delta p| > \frac{1}{2}.$$



Dans le cas d'une source étendue de largeur  $e_s$ , les points extrêmes de la source ne doivent pas présenter une variation de  $p$  supérieure à  $\frac{1}{2}$  par rapport au centre de la source pour rester bien contrastées.

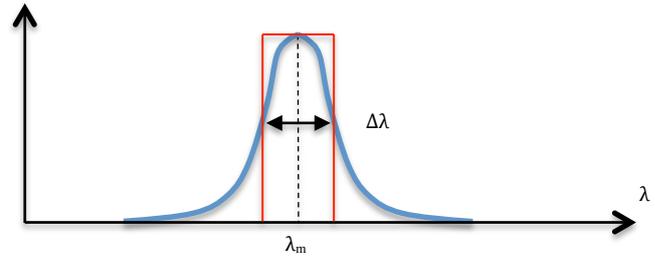
On en déduit :

$$e_{S_{max}} = \lambda d/a.$$

On appelle cohérence **spatiale** la cohérence liée à la **taille** de la source, dont les différents points émettent simultanément des trains d'onde de même pulsation mais de phases quelconques.

### 6. Variation de p avec la longueur d'onde :

Considérons une source S ponctuelle située symétriquement par rapport aux sources, et présentant un spectre en longueur d'ondes de largeur  $\Delta\lambda \ll \lambda$ .



L'ordre d'interférences du à la longueur d'onde moyenne  $\lambda_m$  en un point de l'écran d'abscisse x est :

$$p = ax/\lambda_m D$$

L'ordre d'interférences du à la longueur d'onde moyenne  $\lambda_m + \Delta\lambda/2$  au même point de l'écran d'abscisse x est :

$$p' = ax/(\lambda_m + \Delta\lambda/2) D \approx ax/\lambda_m D - ax\Delta\lambda/2\lambda_m^2 D$$

Les deux longueurs d'onde éclairent les trous d'Young simultanément.

Ces deux longueurs d'onde sont incohérentes, les éclairagements s'ajoutent.

Comme précédemment, si les deux systèmes d'interférence sont en anticoincidence, l'éclairagement total sera uniforme.

La première anticoincidence se produit pour :

$$p' = p \pm 1/2$$

soit :

$$a|x|\Delta\lambda/2\lambda_m^2 D = 1/2$$

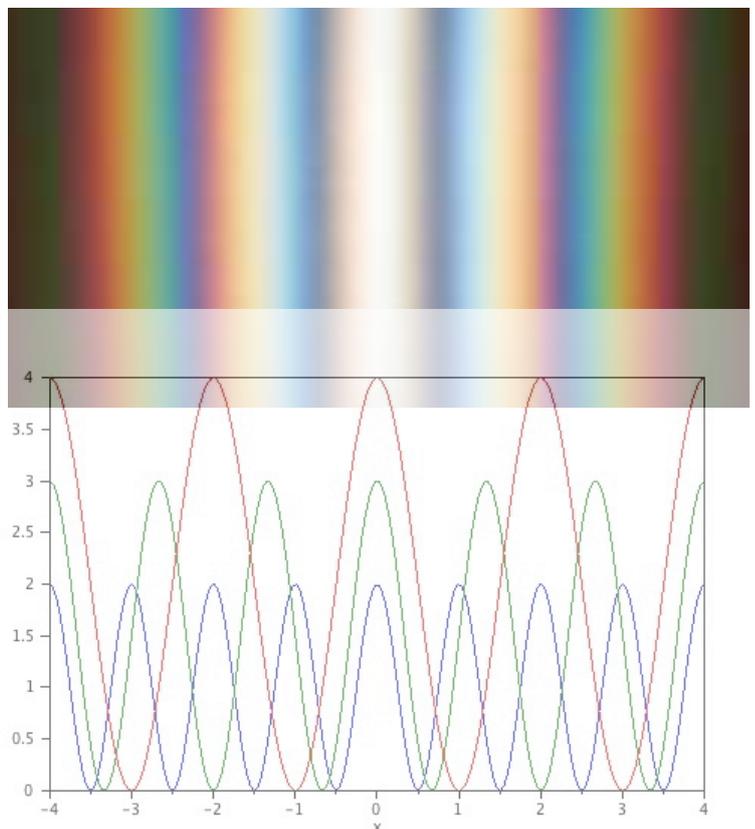
### 7. Observation en lumière blanche.

Les différentes fréquences du spectre sont **incohérentes** ; chaque fréquence donne son propre système de franges, et les intensités dus à chaque fréquence vont simplement s'additionner.

Pour  $x = 0$ , toutes fréquences interfèrent constructivement ; on recompose donc la couleur de la source initiale, ici blanche ; cette frange centrale est dite **achromatique**.

A partir d'une certaine abscisse, toutes les couleurs sont mélangées quasi-aléatoirement, certaines interférant constructivement, d'autres destructivement.

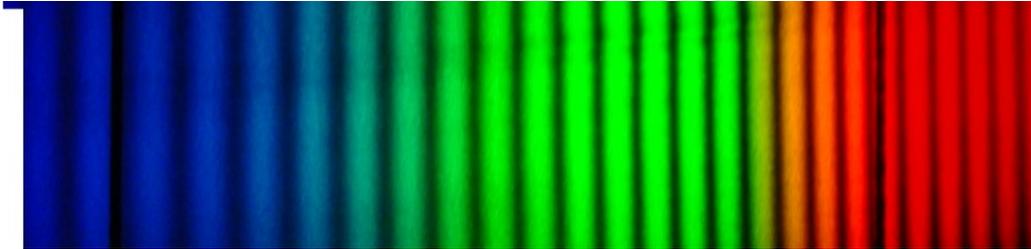
Ce mélange présente à l'œil un aspect blanc, mais ce blanc est différent du blanc initial de la source, car il y manque certaines radiations (celles qui interfèrent



Spectre cannelé :

L'analyse de ce blanc, à l'aide d'un prisme ou d'un réseau, permet de mettre en évidence les couleurs interférant destructivement : elles donnent des raies sombres appelées cannelures.

Le spectre est un **spectre cannelé**.



Comment déterminer les longueurs d'onde des cannelures ?

Soit  $p$  l'ordre d'interférences au point observé.

Les longueurs d'onde éteintes ayant un ordre demi-entier, elles sont telles que :

$$\delta = (k+1/2) \cdot \lambda \text{ avec } k \text{ entier}$$

Supposons par exemple que  $\delta = 0,1 \text{ mm}$ , et que  $400 < \lambda < 800 \text{ nm}$ .

On calcule pour les valeurs extrêmes du spectre :

$$k_{\min} = 124,5 \text{ et } k_{\max} = 249,5$$

On en déduit que le spectre compte  $E(k_{\max} - k_{\min}) = 125$  cannelures.

## 8. Quelques applications :

- Détection de gaz ( R5 ; 2380 )
- Visualisation d'écoulements ( R5 ; 2160 )
- Mesures aérodynamiques : hydrodynamiques ( R5 ; 2160 )
- Etalonnage de cales ( R4 ; 1245 )
- Mesure d'épaisseurs de couches minces .

