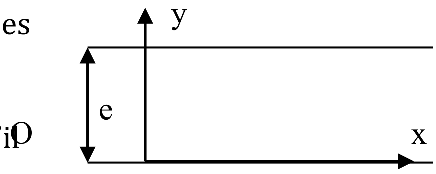
## Ecoulement de Couette plan :

L’espace est rapporté à un trièdre Oxyz, Oy étant dirigé suivant la verticale ascendante.
On néglige les effets de la pesanteur .
Un fluide newtonien incompressible de viscosité dynamique η est enfermé entre deux plaques planes infinies, parallèles, perpendiculaires à Oy et de cotes respectives y = 0 et y = L.
La plaque de cote y = 0 est immobile, l’autre étant animée d’une vitesse $\vec{V} = V.\vec{u}_x$ .
On cherche le champ des vitesses en régime stationnaire, dont on admet qu’il s’écrit :

$$\vec{v} = v(y).\overrightarrow{u_x}$$

a) Faire un schéma.
b) Calculer l’accélération.
c) Le gradient de pression est supposé nul. Appliquer l’équation de Navier-Stokes et en déduire l’expression de v(y).
d) Calculer le débit volumique pour une largeur L du canal.

## Ecoulement de Poiseuille plan:




On considère une canalisation horizontale entre deux plans assimilés à des plans infinis séparés de e, dans laquelle coule un fluide visqueux, de viscosité η.
On néglige le poids volumique du fluide devant les forces de pression qu’il subit.
Un dispositif extérieur impose une différence de pression ΔP sur une longueur L de tuyau.
On recherche le champ de vitesse de l’écoulement stationnaire, qu’on suppose de la forme :

$$\vec{v} = v(y).\overrightarrow{u_x}$$

a) Calculer l’accélération.
b) Ecrire l’équation de Navier-Stokes et la projeter.
c) En déduire que la pression ne dépend que de x, et que le gradient de pression dP/dx est constant. Quelle est sa valeur ?
d) Montrer que le profil de vitesse est parabolique.
e) En déduire le débit massique de fluide pour une largeur L du canal.

## Ecoulement de Poiseuille cylindrique:

On considère une canalisation horizontale de rayon R, longueur L, d’axe Oz, dans laquelle coule un fluide visqueux, de viscosité η. On adopte les coordonnées cylindriques.
On néglige le poids volumique du fluide devant les forces de pression qu’il subit.
On recherche le champ de vitesse de l’écoulement stationnaire, qu’on suppose de la forme :

$$\vec{v} = v(r).\overrightarrow{u_z}$$

où $\vec{u}_z$ est l'axe de la canalisation, r la distance à cet axe.
On appelle ΔP = P(0) - P(L) la différence de pression entre les extrémités du tube.
Donnée : $\Delta\left(v(r).\vec{u}_z\right) = \frac{1}{r}.\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv}{dr}\right).\vec{u}_z$ en coordonnées cylindriques.

a) Montrer que l’accélération particulaire est nulle.
b) Ecrire et projeter l’équation de Navier-Stokes. En déduire que le gradient de pression est uniforme dans le tube.
c) En déduire l'expression du champ de vitesse dans le tube.

Calculer le débit volumique $D_v$ en fonction de R, η, L et ΔP et en déduire la loi de Poiseuille :

$$D_v = \frac{\pi R^4}{8\eta L}\Delta P$$